

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Ивановский государственный политехнический университет»

ТЕКСТИЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ИВГПУ

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

*Рекомендовано научно-методическим советом ИГТА
в качестве учебного пособия для студентов направлений подготовки
151000 Технологические машины и оборудование,
280700 Техносферная безопасность,
261100 Технология и проектирование текстильных изделий,
262000 Технология изделий легкой промышленности,
262200 Конструирование изделий легкой промышленности*

Иваново 2013

УДК 531.8(075.8)

Тувин, А.А. Лабораторный практикум по теории механизмов и машин: учеб. пособие / А.А. Тувин, А.Н. Смирнов, В.В. Бонокин, Р.В. Шляпугин. – Иваново: ИВГПУ, 2013. – 100 с.

В учебном пособии изложены содержание, порядок выполнения лабораторных работ и форма отчета. Для каждой из шести работ дано теоретическое обоснование рассматриваемых вопросов, приведены термины, их определения и формулы, необходимые для проведения экспериментальной части, а также последовательность выполнения работ. Теоретическое обоснование дает четкое объяснение изучаемых вопросов.

Лабораторный практикум предназначен для студентов направлений подготовки 151000 Технологические машины и оборудование, 280700 Техносферная безопасность, 261100 Технология и проектирование текстильных изделий, 262000 Технология изделий легкой промышленности, 262200 Конструирование изделий легкой промышленности дневной и заочной форм обучения. Он может быть использован при выполнении лабораторных работ по теории механизмов и машин.

Учебное пособие отвечает современному состоянию науки о машинах и механизмах и соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины, утвержденной Министерством образования и науки Российской Федерации.

Рецензенты: кафедра машин и аппаратов химических производств ИГХТУ (зав.кафедрой д-р.техн.наук, проф. В.Н. Блиничев);

д-р.техн.наук, проф. кафедры технической и экспериментальной физики Ивановского государственного университета В.А. Годлевский

Научный редактор д-р.техн.наук, проф. В.И. Смирнов

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современной науки и техники неразрывно связано с созданием новых машин, имеющих целью повышение производительности оборудования и облегчение труда людей.

При изучении курса "Теория механизмов и машин" студент получает основополагающие сведения о механизмах – об их многообразии, основных типах и о возможности использования в различных машинах.

"Теория механизмов и машин" является базовой профессиональной дисциплиной, основанной на дисциплинах математического и естественнонаучного цикла. Вместе с другими дисциплинами она образует группу предметов, обеспечивающих профессиональную подготовку и закладывающих фундамент высшего образования в сфере машиностроения.

Учебное пособие рассчитано на проведения курса лабораторных работ, подлежащих обязательному выполнению студентами. Оно служит для закрепления теоретического материала и приобретения навыков самостоятельной работы и призвано обеспечить студентов необходимым методическим материалом при выполнении лабораторных работ. Оно объединяет в себе краткие теоретические сведения по соответствующим темам и пошаговый порядок выполнения заданий, описание приборов и установок, применяемых при выполнении работ.

Пособие соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины «Теория механизмов и машин», утвержденной Министерством образования и науки Российской Федерации, и отвечает современному состоянию науки о машинах и механизмах.

Лабораторная работа № 1

СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Механизм состоит из отдельных тел – звеньев, относительное движение которых ограничено.

Соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение, называется *кинематической парой*.

Каждое из двух тел, образующих кинематическую пару, называется *звеном*. Звено в общем случае может состоять из нескольких *деталей*, жестко соединенных между собой.

Деталь – это изделие, полученное без применения сборочных операций. Поверхности, линии или точки звена, по которым оно может соприкасаться с другим звеном, образуя кинематическую пару, называются *элементами кинематической пары*.

Кинематические пары классифицируются (табл. 1.1):

- 1) по форме элементов кинематических пар – на низшие (рис. 1.1) (контакт по поверхности) и высшие (рис. 1.2) (контакт по линии или в точке);
- 2) характеру относительного движения звеньев – на поступательные, вращательные, винтовые и др. (см. рис. 1.1);
- 3) числу условий связи, налагаемых кинематическими парами на относительное движение их звеньев, – на пять классов;
- 4) числу оставшихся степеней свободы в относительном движении звеньев – на одноподвижные, двухподвижные, трехподвижные и т.д.

Низшей кинематической парой называется такая пара, звенья которой соприкасаются по поверхности, то есть элементами звеньев являются поверхности (окружность, плоскость, сфера, винтовая линия).

Высшая кинематическая пара представляет собой такую пару, звенья которой касаются по линии или в точке, то есть элементами звеньев являются

линии или точки (цилиндрические катки, шар на плоскости, зацепление зубьев).

Поступательная пара – это одноподвижная пара, допускающая прямолинейное относительное движение ее звеньев.

Вращательной парой называется одноподвижная пара, допускающая вращательное относительное движение ее звеньев.

Кинематические пары могут быть плоскими и пространственными.

В *плоской кинематической паре* все точки движутся в плоскостях, параллельных какой-либо одной неподвижной плоскости.

В *пространственной паре* точки звеньев могут совершать движения по трем направлениям (по осям X, Y и Z).

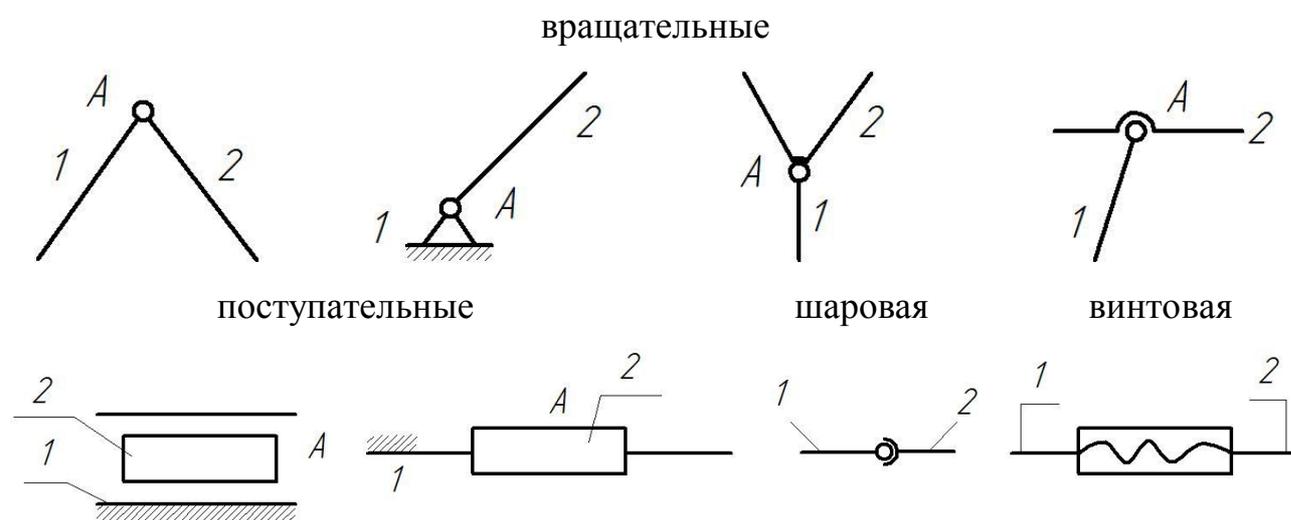
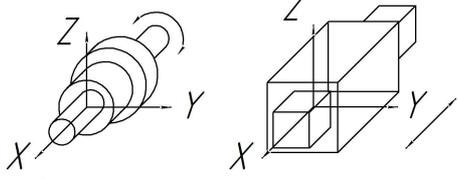
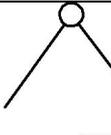
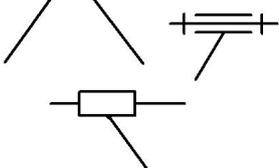
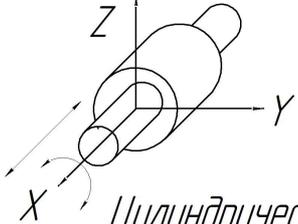
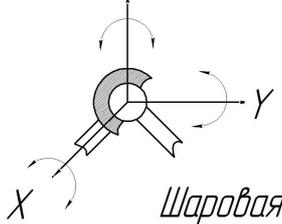
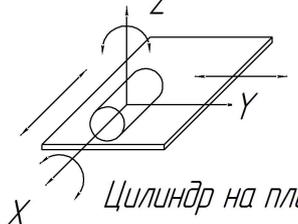
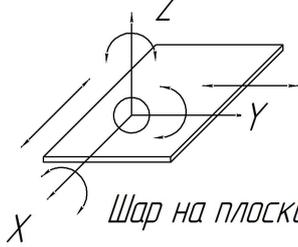


Рис. 1.1. Низшие кинематические пары



Рис. 1.2. Высшие кинематические пары

Классификация кинематических пар

Класс	Подвижность пары	Наложено связей	Наименование кинематической пары	Условное обозначение
V	1	5	 <i>Вращательная Поступательная</i>	 
IV	2	4	 <i>Цилиндрическая</i>	
III	3	3	 <i>Шаровая</i>	
II	4	2	 <i>Цилиндр на плоскости</i>	
I	5	1	 <i>Шар на плоскости</i>	

По числу условий связи, налагаемых парой на относительное движение ее звеньев, все пары делятся на пять классов.

Свободное тело I в пространстве обладает шестью степенями свободы, то есть может совершать шесть независимых друг от друга движений (рис.1.3): три поступательных, параллельных осям X, Y и Z, и три вращательных относительно осей, параллельных осям координат X, Y и Z. Если считать, что тело I не является свободным, а образует с другим звеном кинематическую пару, то оно не может иметь шесть движений относительно другого звена (случай отсутствия соединения этих звеньев).

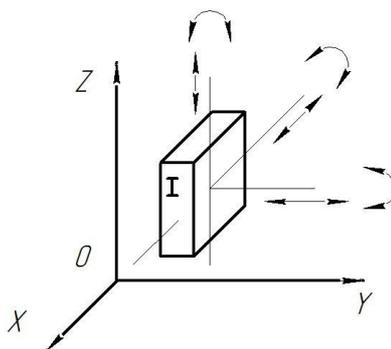


Рис 1.3. Свободное тело в пространстве

В зависимости от характера соединения звено I может совершать 1, 2, 3, 4 или 5 движений относительно другого звена из шести возможных движений, то есть на относительное движение его наложены 5, 4, 3, 2 или 1 связь соответственно.

Пусть H – число оставшихся степеней свободы звена в относительном движении, S – число условий связи.

Тогда
$$H = 6 - S.$$

Отсюда
$$S = 6 - H. \quad (1.1)$$

По формуле (1.1) определяется класс кинематической пары.

В плоскости свободное тело I обладает тремя степенями свободы (рис.1.4). Если тело I образует с другим звеном кинематическую пару, то оно в плоскости не может иметь трех движений относительно другого звена. Поэтому в плоских кинематических парах число степеней свободы звена в

относительном движении может быть равно одному или двум, и кинематические пары могут быть только IV и V классов.

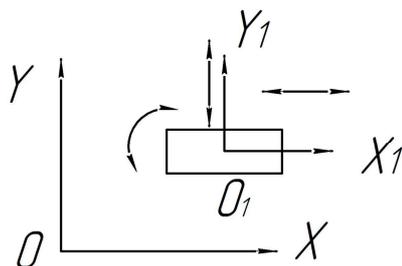


Рис. 1.4. Свободное тело в плоскости

Кинематической цепью называется связанная система звеньев, образующих между собой кинематические пары.

Кинематические цепи могут быть простыми и сложными, незамкнутыми и замкнутыми, плоскими и пространственными.

Простой кинематической цепью называется такая цепь, в которой каждое звено входит не более чем в две кинематические пары (рис.1.5). *Сложная кинематическая цепь* представляет собой такую цепь, в которой имеется хотя бы одно звено, входящее более чем в две кинематические пары (рис.1.6).

В *незамкнутой цепи* имеются звенья, входящие в состав одной кинематической пары (см. рис.1.5 и 1.6).

В *замкнутой цепи* каждое звено входит по крайней мере в состав двух кинематических пар (рис.1.7 и 1.8).

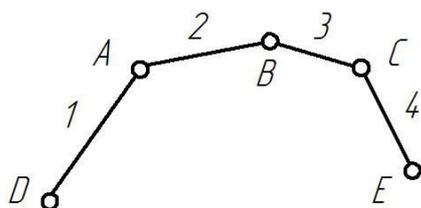


Рис.1.5. Простая незамкнутая кинематическая цепь

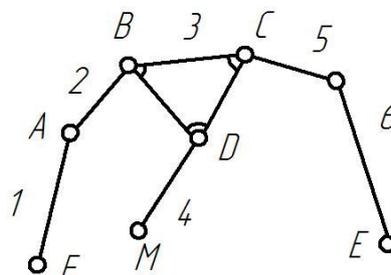


Рис. 1.6. Сложная незамкнутая кинематическая цепь

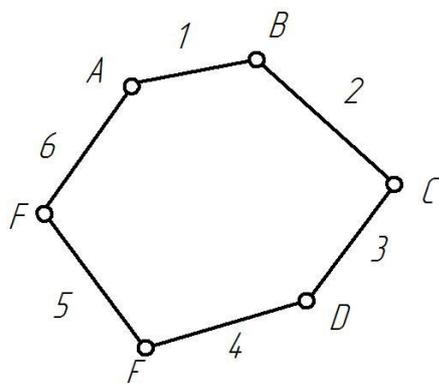


Рис.1.7. Простая замкнутая кинематическая цепь

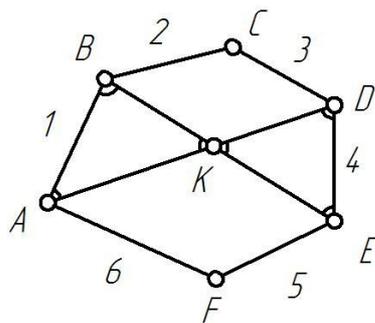


Рис.1.8. Сложная замкнутая кинематическая цепь

В общем случае *механизмом* называется искусственно созданная система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких тел в требуемые движения других тел.

В частном случае можно дать определение *механизма*, составленного только из твердых тел, вытекающее из понятия кинематической цепи: «Механизмом называется такая кинематическая цепь, в которой при заданных движениях одного или нескольких звеньев относительно любого из них все остальные звенья совершают однозначно определенные движения».

Звено механизма, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев, является *входным* звеном.

Звено механизма, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм, получило название *выходного* звена.

Плоским называется такой механизм, точки звеньев которого описывают траектории, лежащие в параллельных плоскостях.

В *пространственном* механизме точки звеньев описывают неплоские траектории, или траектории, лежащие в пересекающихся плоскостях.

Степень подвижности механизма определяется числом его степеней свободы относительно неподвижного звена (стойки).

Так, например, если механизм обладает одной степенью подвижности, то одному из его звеньев можно задать относительно стойки какое-либо вполне определенное движение.

Число степеней подвижности плоских механизмов определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3n - 2p_1 - 1p_2, \quad (1.2)$$

где W – число степеней подвижности механизма;

n – число подвижных звеньев;

p_1 – число одноподвижных кинематических пар;

p_2 – число двухподвижных кинематических пар;

$3n$ – общее число степеней свободы всех подвижных звеньев до сборки механизма;

$2p_1$ – общее число связей, налагаемых всеми одноподвижными кинематическими парами;

$1p_2$ – общее число связей, налагаемых всеми двухподвижными парами.

Число степеней подвижности указывает на число входных звеньев в механизме. Например, в четырехзвенном шарнирном механизме (рис.1.9):

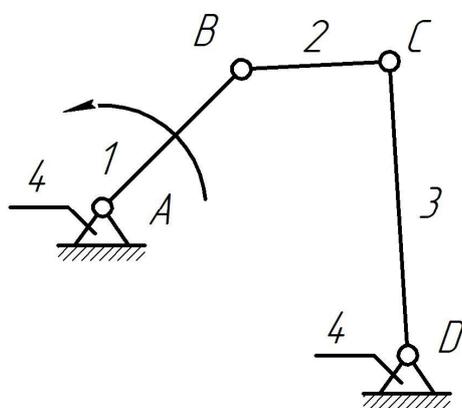


Рис.1.9. Четырехзвенный шарнирный механизм

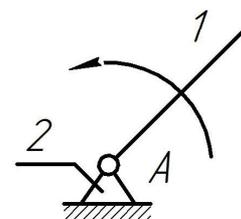


Рис.1.10. Первичный механизм

$$n = 3; \quad p_1 = 4; \quad p_2 = 0;$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 - 1 \cdot 0 = 1. \quad (1.3)$$

Механизм имеет одно входное звено 1 – *кривошип*, которое может совершать полный оборот вокруг неподвижной оси.

Русский ученый Л. В. Ассур впервые сформулировал основной принцип образования механизмов. Им был предложен метод образования механизмов путем последовательного присоединения к одному (рис.1.10) или нескольким первичным механизмам одной или нескольких кинематических цепей нулевой подвижности, впоследствии названных *группами Ассура*, причем каждая цепь должна быть присоединена не менее чем к двум звеньям.

Группой Ассура называется кинематическая цепь, состоящая только из подвижных звеньев с одноподвижными парами, получающая нулевую подвижность и превращающаяся в ферму, если свободные элементы крайних пар соединить со стойкой.

Любая группа Ассура не может быть разложена на более простые группы также с нулевой степенью подвижности. Так как в группах Ассура звенья между собой связаны только одноподвижными кинематическими парами, то формула Чебышева для таких групп примет вид:

$$W = 3n - 2p_1 = 0, \quad (1.4)$$

откуда
$$p_1 = \frac{3}{2}n. \quad (1.5)$$

Число пар p_1 и число звеньев n могут быть только целыми.

Приведенной формуле (1.5) удовлетворяют только следующие сочетания чисел звеньев и кинематических пар, входящих в группы Ассура (табл. 1.2):

Таблица 1.2

Соотношения чисел звеньев и кинематических пар в группах Ассура

n	2	4	6	8
p_1	3	6	9	12

Все полученные таким способом группы Ассура можно разбить по классам (по классификации И. И. Артоболевского).

Группа, имеющая два звена и три одноподвижные пары, называется группой Ассура II-го класса 2-го порядка (двухповодковая).

Группы Ассура II-го класса 2-го порядка бывают нескольких видов (рис.1.11):

- а) основная группа – двухповодковая 1-го вида (с тремя вращательными парами);
- б) двухповодковая 2-го вида (с одной внешней поступательной парой);
- в) двухповодковая 3-го вида (с внутренней поступательной парой);
- г) двухповодковая 4-го вида (с двумя внешними поступательными парами);
- д) двухповодковая 5-го вида (с внешней и внутренней поступательными парами).

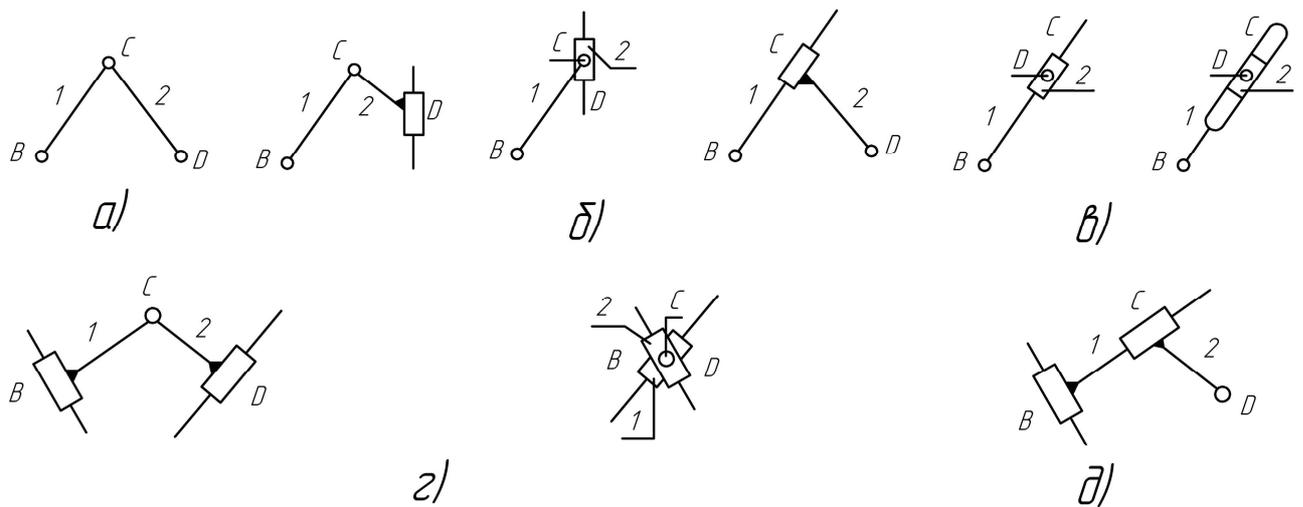


Рис.1.11. Группы Ассура II-го класса 2-го порядка

Группа Ассура, представляющая собой незамкнутую кинематическую цепь из четырех звеньев и шести одноподвижных пар, называется группой Ассура III-го класса 3-го порядка (рис.1.12). Звено 4 называется базисным звеном, а звенья 1,2 и 3 – поводками.

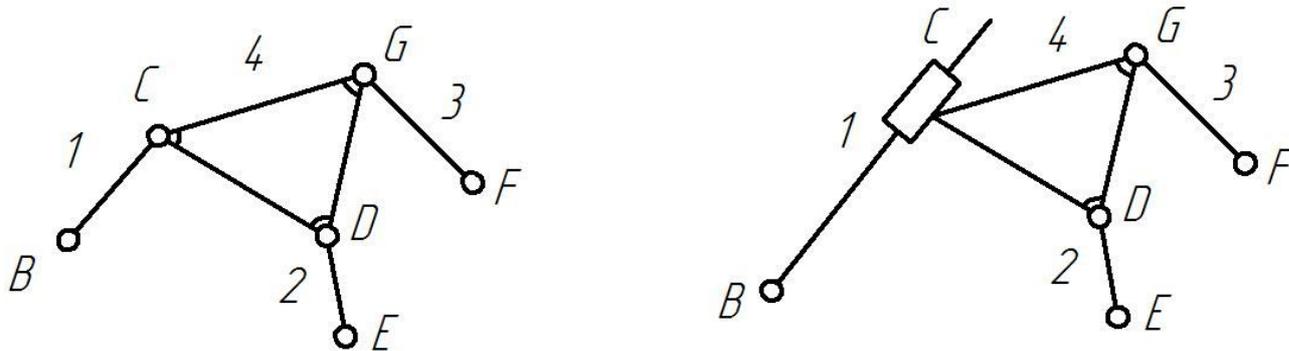


Рис.1.12. Группы Ассура III-го класса 3-го порядка

Группа Ассура IV-го класса представляет собой замкнутую кинематическую цепь из четырех звеньев и шести кинематических пар (рис. 1.13).

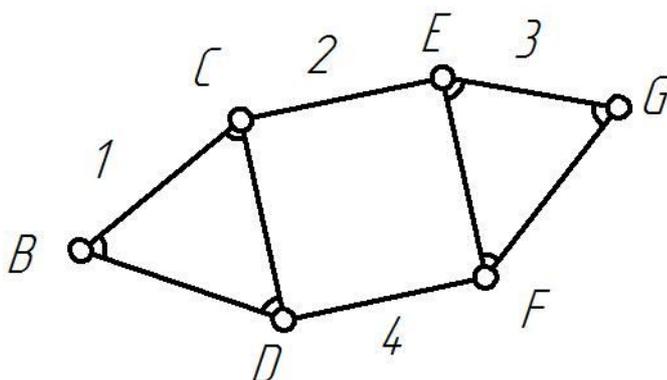


Рис.1.13. Группа Ассура IV-го класса 2-го порядка

Порядок группы Ассура определяется числом элементов, которыми группа присоединяется к другим звеньям механизма.

Соединение входного звена и *стойки* (неподвижного звена, корпуса машины) называется первичным механизмом, который принято называть механизмом I-го класса. Например, на рис. 1.10 изображен механизм I-го класса.

Определить строение механизма – это значит установить, какие группы Ассура были присоединены к механизму I-го класса или к нескольким

механизмам I-го класса и в каком порядке эти группы присоединены друг к другу.

Класс механизма определяется высшим классом группы Ассура, входящей в данный механизм.

Порядок механизма определяется высшим порядком группы Ассура, входящей в данный механизм.

Примеры образования механизмов приведены на рис. 1.14...1.18.

Звено рычажного механизма, которое может совершать только неполный оборот вокруг неподвижной оси, называется *коромыслом*; звено рычажного механизма, не образующее кинематических пар со стойкой, – *шатун*ом.

Ползуном называется звено рычажного механизма, образующее поступательную пару со стойкой; *кулиса* представляет собой подвижное звено рычажного механизма, образующее поступательную пару с другим подвижным звеном – *каменем*.

ПРИМЕРЫ ОБРАЗОВАНИЯ МЕХАНИЗМОВ

Механизмы II-го класса 2-го порядка

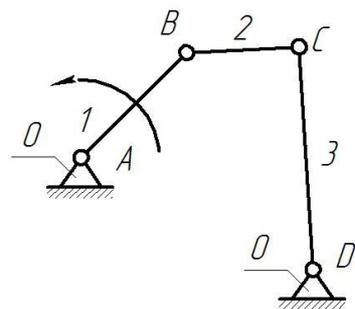


Рис. 1.14.Кривошипно-коромысловый механизм:
0-стойка; 1-кривошип;
2-шатун; 3-коромысло

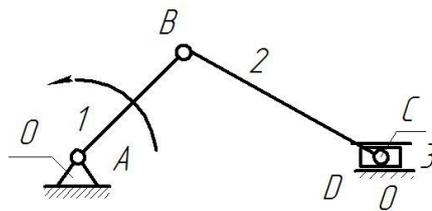


Рис 1.15.Кривошипно-ползунный механизм:
0-стойка; 1-кривошип;
2-шатун; 3-ползун

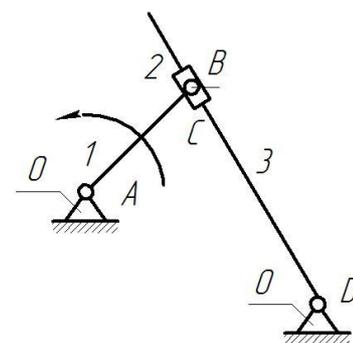


Рис. 1.16.Кулисный механизм:
0-стойка; 1-кривошип;
2-камень; 3-кулиса

Механизмы III-го и IV-го классов

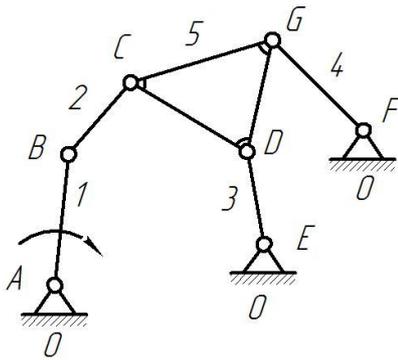


Рис.1.17. Механизм III-го класса
3-го порядка

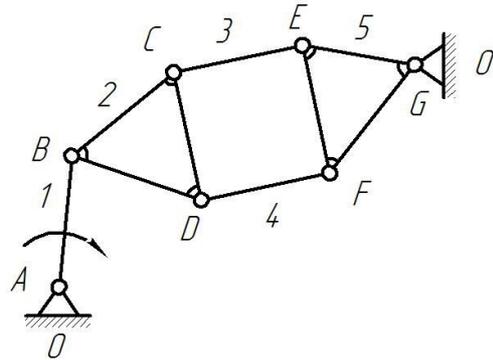


Рис.1.18. Механизм IV-го
класса 2-го порядка

При определении класса механизма необходимо указывать, какие из звеньев являются входными, ибо в зависимости от их выбора может изменяться класс механизмов.

Для определения состава механизма необходимо выделить первичные механизмы и группы Ассур, производя действия, обратные образованию механизма. Выделение начинается с группы Ассур, наиболее удаленной от входного звена. При этом отделяют последовательно по одной группе. После каждого отделения должен получаться механизм с тем же числом степени подвижности, что и заданный для анализа механизм. В результате должны остаться первичные механизмы.

Рассмотрим пример анализа структуры механизма (рис.1.19...1.25).

При синтезе механизмов присоединение структурных групп Ассур к первичному механизму представляется формулой строения механизма, в которой римскими цифрами обозначаются классы групп, а арабскими цифрами указываются звенья, входящие в состав группы.

Для рассмотренных трех случаев синтеза механизмов (см. рис.1.19) получим следующие формулы их строения:

для случая 1: $I(0,1) \rightarrow II(2,3) \rightarrow II(4,5) \rightarrow II(6,7)$;

для случая 2: $I(0,7) \rightarrow II(6,5) \rightarrow III(4,2,3,1)$;

для случая 3: $I(0,3) \rightarrow II(2,1) \rightarrow II(4,5) \rightarrow II(6,7)$.

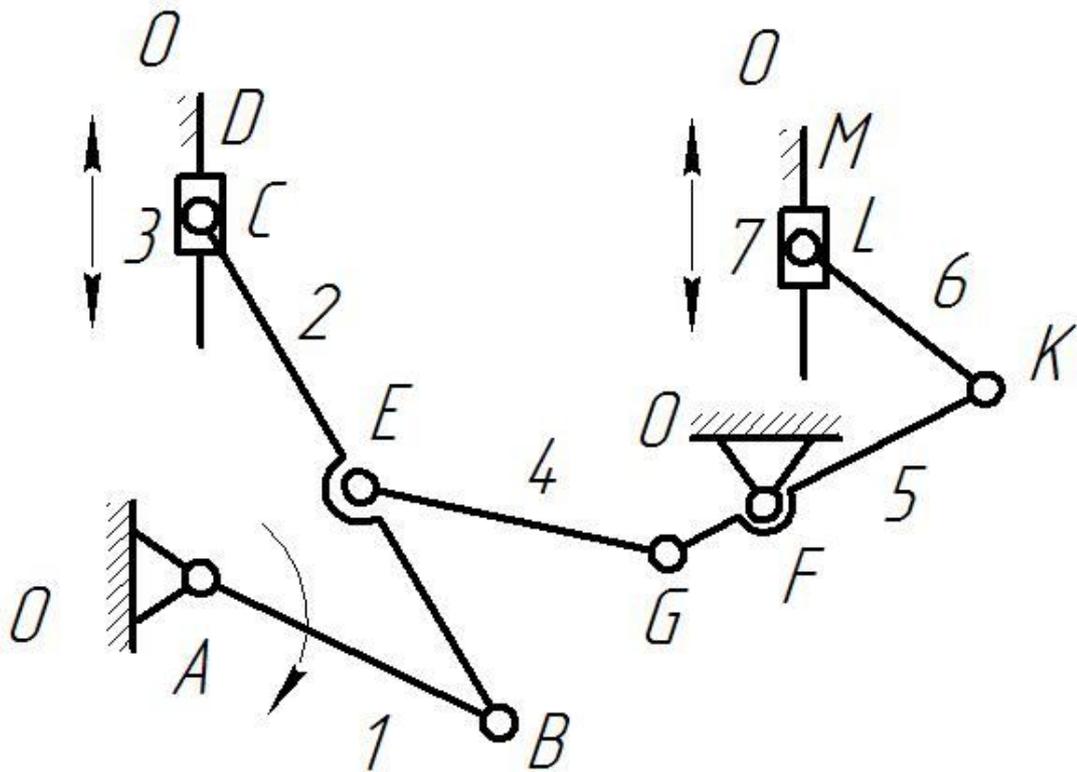


Рис.1.19. Кинематическая схема механизма

На основании рисунка составим табл. 1.3, из которой видно:

$$n = 7; \quad p_1 = 10; \quad p_2 = 0;$$

$$W = 3n - 2p_1 - 1p_2 = 3 \cdot 7 - 2 \cdot 10 - 1 \cdot 0 = 1.$$

Таблица 1.3

Таблица кинематических пар

Обозначение кинематической пары	A	B	C	D	E	G	F	K	L	M
Звенья, образующие пары	0,1	1,2	2,3	0,3	2,4	4,5	5,0	5,6	6,7	7,0
Наименование пары	низшие вращательные			низшая поступательная	низшие вращательные					низшая поступательная
Подвижность пары	одноподвижные									

1-й случай. Входным является звено 1.

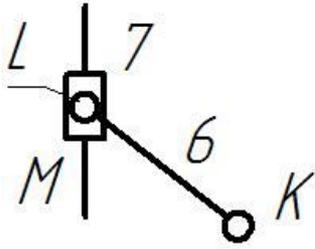


Рис.1.20а. 1-я группа
II-го класса 2-го порядка
(двухповодковая)
2-го вида

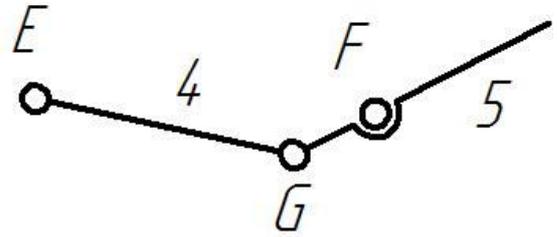


Рис.1.20б. 2-я группа II-го класса
2-го порядка (двухповодковая)
1-го вида

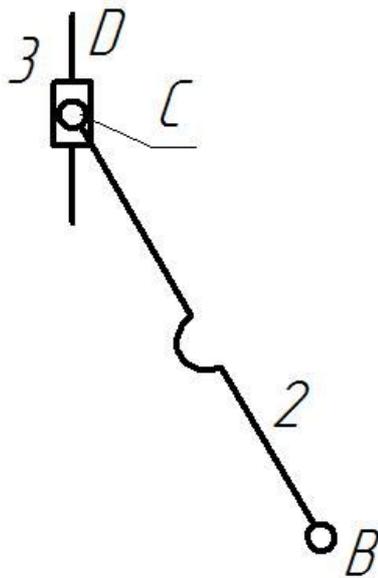


Рис.1.20в. 3-я группа II-го класса
2-го порядка (двухповодковая)
2-го вида

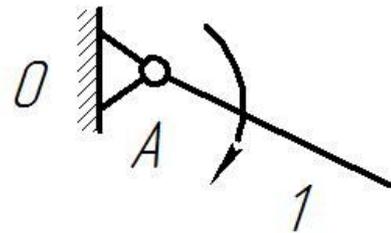


Рис.1.21. Входное звено
и стойка. Первичный механизм

В результате структурного анализа следует вывод о том, что механизм является механизмом II-го класса 2-го порядка.

2-й случай. Входным является звено 7.

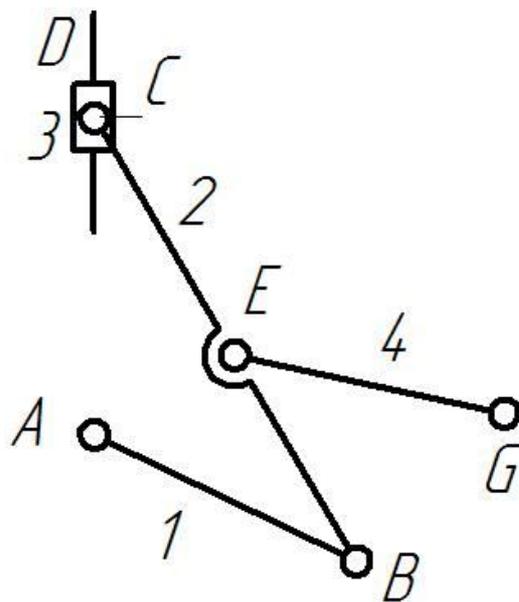


Рис.1.22а. 1-я группа III-го класса
3-го порядка (трехповодковая)

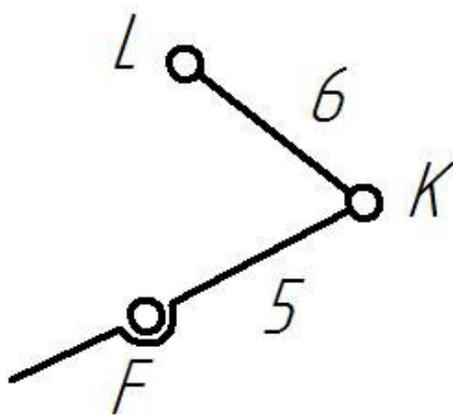


Рис.1.22б. 2-я группа II-го класса
2-го порядка 1-го вида

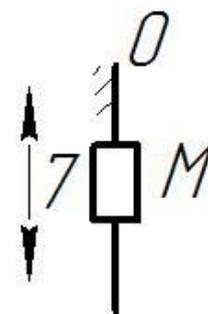


Рис.1.23. Входное звено
и стойка. Первичный
механизм

Таким образом, получаем механизм III-го класса 3-го порядка.

3-й случай. Входным звеном является звено 3.

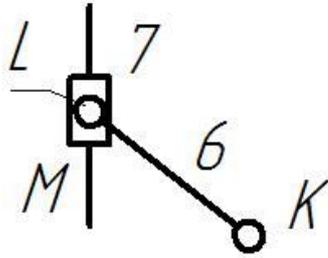


Рис.1.24а. 2-я группа
II-го класса 2-го порядка
2-го вида

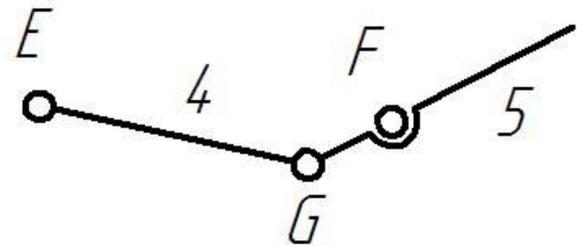


Рис.1.24. 2-я группа II-го класса
2-го порядка 1-го вида

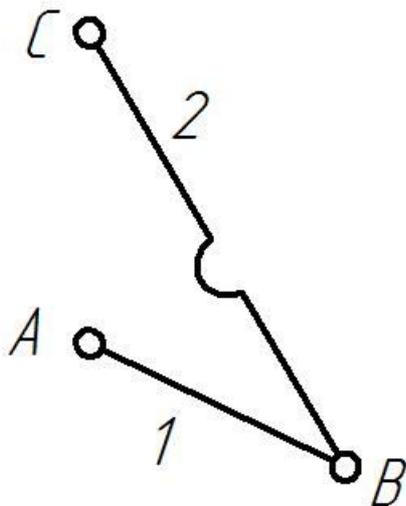


Рис.1.24в. 3-я группа II-го класса
2-го порядка 1-го вида

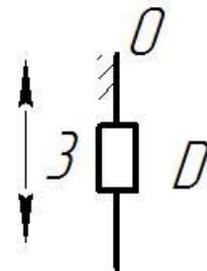


Рис.1.25. Входное звено
и стойка. Первичный механизм

Механизм относится к механизмам II-го класса 2-го порядка.

При структурном анализе механизмов могут встречаться пассивные условия связи и лишние степени подвижности, которые в процессе анализа не

учитываются, так как они не оказывают влияния на характер движения механизма в целом.

Примером механизма с пассивными связями является двойной параллелограмм (рис. 1.26), в котором звенья имеют следующие соотношения: $AB=CD=EF$, $AB \parallel CD$. Точка E (даже при условии отсутствия звена 4) описывает окружность с центром в точке F. При соединении точки E с центром F дополнительным звеном 4 точка E описывает окружность вокруг центра F.

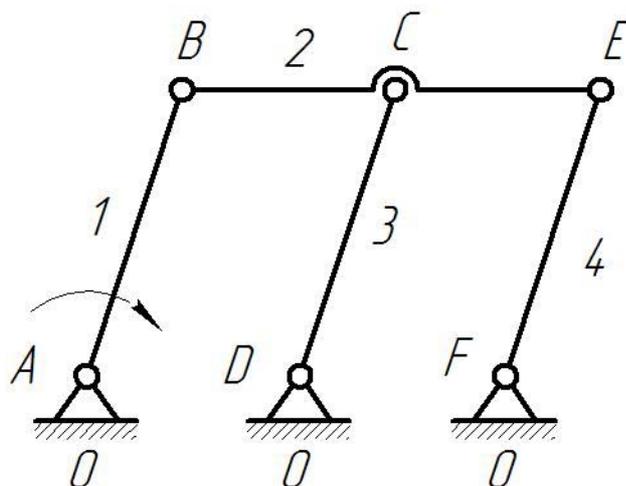


Рис.1.26. Двойной параллелограмм

Из рисунка видно: $n = 4$; $p_1 = 6$; $p_2 = 0$;

$$W = 3 \cdot 4 - 2 \cdot 6 - 1 \cdot 0 = 0. \quad (1.6)$$

Таким образом, механизм содержит одну пассивную связь. При условии отсутствия звена 3 или 4 будем иметь:

$$n = 3; \quad p_1 = 4; \quad W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1.$$

Примером механизма с лишними степенями подвижности является кулачковый механизм с коромысловым толкателем и роликом (рис. 1.27). Кулачком называется звено, профиль которого имеет переменную кривизну.

Для кулачкового механизма (см. рис. 1.27) запишем:

$$n = 3; \quad p_1 = 3; \quad p_2 = 1;$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 1 \cdot 1 = 2. \quad (1.7)$$

Из выражения (1.7) видно, что механизм обладает лишней степенью подвижности. Этой лишней степени подвижности соответствует возможность вращения ролика 2 вокруг оси B . В самом деле, устранение возможности такого вращения, например жесткое соединение ролика 2 со звеном 3, не изменяет кинематику механизма. Однако условия силового взаимодействия окажутся худшими.

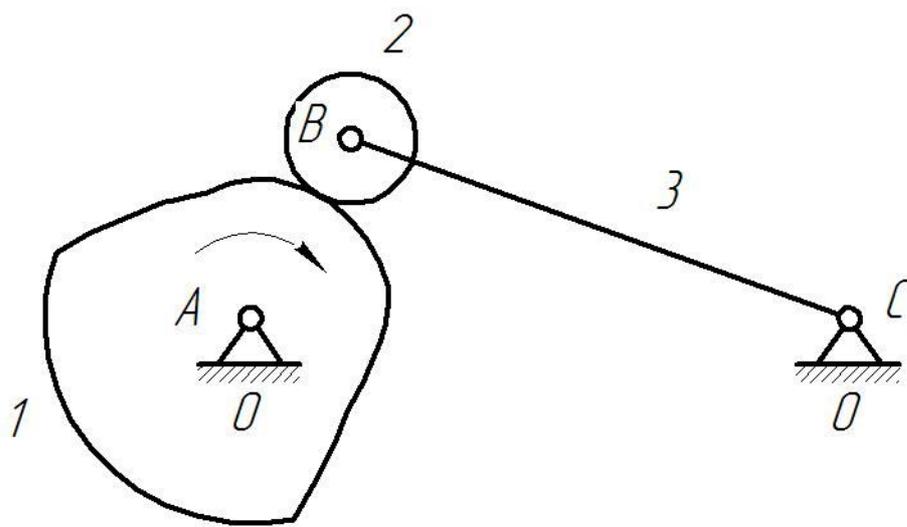


Рис.1.27. Кулачковый механизм:
0 – стойка; 1 – кулачок; 2 – ролик;
3 – толкатель коромысловый

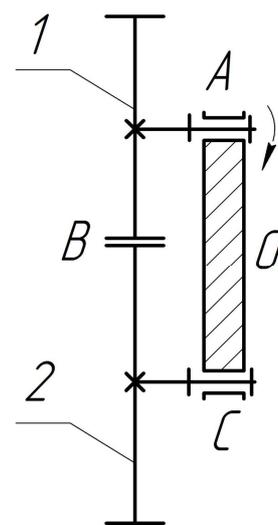


Рис. 1.28. Зубчатый механизм:
0 – стойка; 1 – шестерня;
2 – колесо

Определим подвижность зубчатого механизма (рис. 1.28):

$$n = 2; \quad p_1 = 2; \quad p_2 = 1;$$

$$W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 1 = 1. \quad (1.8)$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: получить навыки в снятии структурных схем механизмов, определении степени подвижности механизмов. Для рычажных механизмов, кроме вышеуказанного, произвести выделение групп Ассур и

первичных механизмов, установить класс и порядок групп Ассура, а также класс и порядок механизмов, составить формулы строения механизмов.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ: произвести анализ различных видов механизмов.

I. Рычажные

1. Кривошипно-ползунный механизм.
2. Шарнирный четырехзвенный механизм.
3. Кривошипно-ползунный механизм 2-цилиндрового двигателя.
4. Кулисный механизм.
5. Синусный механизм (кулиса Вольфа).
6. Механизмы, содержащие группы Ассура III-го и IV-го классов различных порядков.

II. Зубчато-рычажные

1. Конхоидограф.
2. Механизм Эванса.
3. Механизм Робертса.
4. Механизм Лагира.
5. Прямоило Липкина.

III. Планетарные

1. Механизм Баретта.
2. Механизм Давида.
3. Планетарно-кулисный механизм.
4. Колесо Уатта.

IV. Кулачковые

1. Кулачковый механизм с прямолинейно движущимся толкателем.
2. Кулачковый механизм с коромысловым толкателем.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Снять схему механизма.
2. Подсчитать число подвижных звеньев и число кинематических пар с указанием их подвижности.
3. Определить число степеней подвижности механизма по формуле Чебышева.
4. Определить класс и порядок рычажных механизмов.
5. Написать формулу строения рычажных механизмов.

ФОРМА ОТЧЕТА

1. Структурная схема механизма.
2. Таблица кинематических пар (к.п.).

Обозначение кинематических пар	А	В	С	Д	и т.д.
Звенья, образующие кинематическую пару					
Наименование кинематической пары по характеру относительного движения и элементам					
Подвижность кинематической пары					

3. Определение степени подвижности механизма по формуле Чебышева.
4. Разложение механизма на группы Ассур и выделение первичного механизма.
5. Класс и порядок групп Ассур.
6. Класс и порядок механизма.
7. Наличие пассивных связей.
8. Формула строения механизма.

ПРИМЕЧАНИЕ: Пункты 4...8 относятся только к рычажным механизмам.

ВОПРОСЫ ПО РАБОТЕ

1. Дать определение машины и механизма.
2. Что называется звеном, кинематической парой, кинематической цепью?
3. Перечислить основные виды звеньев и дать их определения.
4. Какие бывают кинематические цепи?
5. Назвать признаки классификации кинематических пар.
6. Перечислить виды кинематических пар по относительному движению.
7. Дать определение группы Ассура. Виды групп Ассура.
8. Как определяется класс и порядок группы Ассура?
9. Как определяется класс и порядок механизма?
10. Какие задачи решаются при структурном анализе механизмов?
11. Привести последовательность выполнения структурного анализа.
12. Какова последовательность синтеза плоских механизмов с одноподвижными кинематическими парами?
13. Написать формулу Чебышева.
14. Что такое степень подвижности механизма?
15. Что такое формула строения рычажного механизма?
16. Пример механизма с пассивными связями.
17. Что такое пассивная связь?
18. Классификация кинематических пар по форме элементов.
19. Что такое низшая кинематическая пара?
20. Дать определение высшей кинематической пары.
21. Как называются звенья, входящие в группу Ассура III-го класса?

Лабораторная работа № 2
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ЭЛЕМЕНТЫ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС
И ВЫЧЕРЧИВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ
МЕТОДОМ ОБКАТКИ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

2.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ
ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С ПРЯМЫМИ ЗУБЬЯМИ

В технике применяются нормальные (некорректированные) и корректированные (исправленные) зубчатые колеса.

Нормальные зубчатые колеса имеют стандартные значения модуля зацепления, угла зацепления, высоты головки и ножки зуба.

Корректированные колеса отличаются от нормальных колес тем, что они имеют или нестандартный модуль зацепления, или нестандартный угол зацепления, или нестандартную высоту головки и ножки зуба, или все перечисленные нестандартные элементы.

Цель применения корректированных зубчатых колес:

1. Устранить подрез зубьев. Появляется возможность нарезания зубчатых колес с малым числом зубьев без подрезания, за счет чего уменьшаются габариты передач.

2. Увеличить изгибную прочность зубьев.

3. Уменьшить удельное скольжение зубьев.

4. Получить соосные передачи, которые при стандартной нарезке невозможны.

Основными параметрами, характеризующими нормальное зубчатое колесо, являются число зубьев z , модуль зацепления m и угол зацепления α .

Отношение шага зацепления t к π называется модулем зацепления:

$$m = \frac{t}{\pi}. \quad (2.1)$$

Модуль зацепления определяется в результате расчета зубчатого колеса на прочность и износ.

На рис. 2.1 изображено зацепление пары нормальных зубчатых колес.

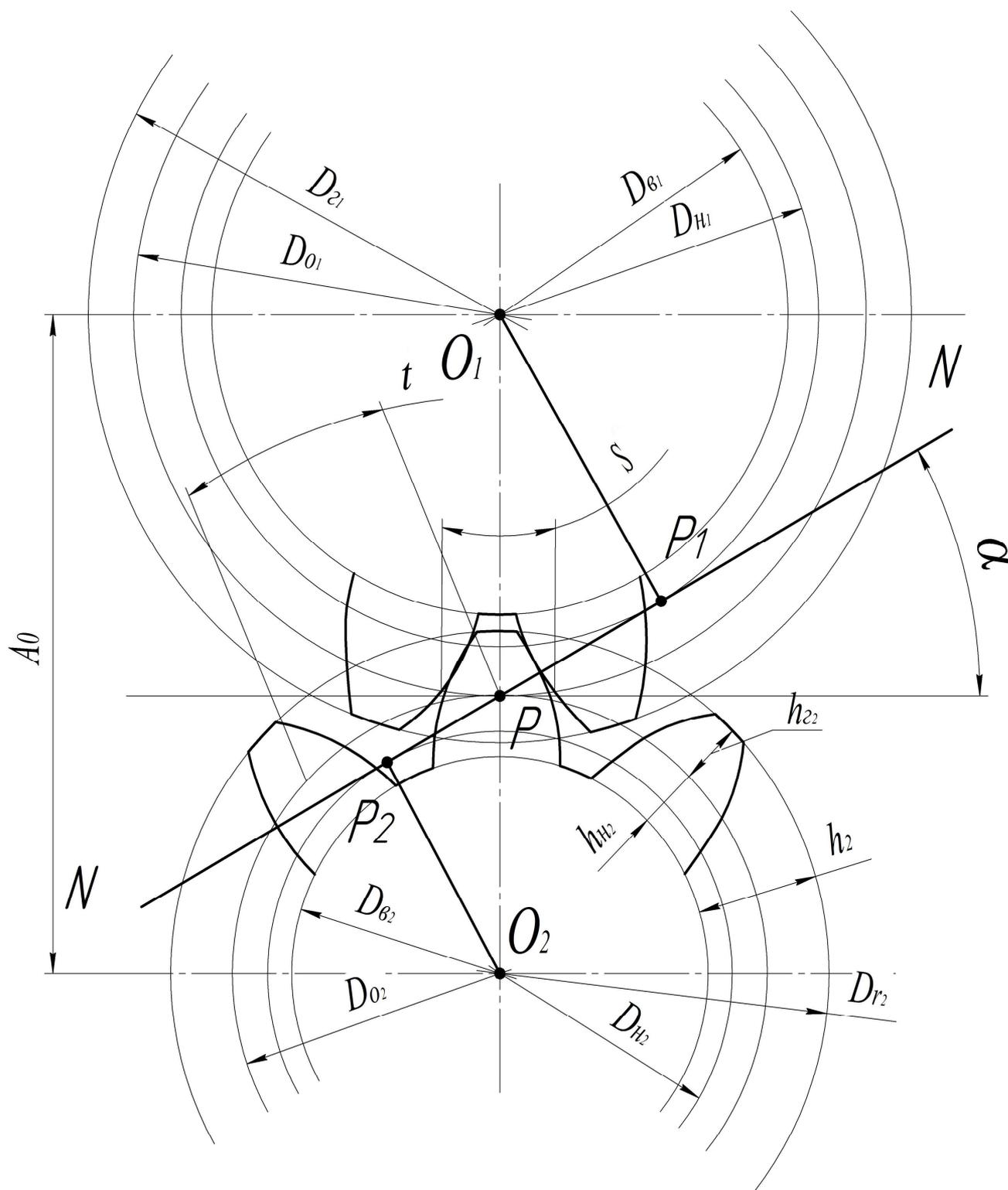


Рис. 2.1. Схема зубчатого зацепления

На рис. 2.1 обозначено:

$D_{н1}, D_{н2}$ – диаметры начальных окружностей колес;

$D_{г1}, D_{г2}$ – диаметры окружностей головок колес;

$D_{в1}, D_{в2}$ – диаметры окружностей впадин колес;

$D_{о1}, D_{о2}$ – диаметры основных окружностей колес;

$h_г$ – высота головки зуба на обоих колесах;

$h_н$ – высота ножки зуба на обоих колесах;

h – полная высота зуба колес;

α – угол зацепления;

t – шаг зацепления по начальной окружности;

S – толщина зуба по начальной окружности;

S_g – ширина впадины по начальной окружности;

A_o – межцентровое расстояние (O_1O_2) пары нормальных колес.

Начальные окружности колес касаются друг друга в точке P , лежащей на линии центров колес и делящей межцентровое расстояние на части, обратно пропорциональные угловым скоростям колес (из закона зацепления).

Окружность, у которой толщина зуба S и ширина впадины зуба S_g равны, называется *делительной окружностью*.

У нормальных колес начальные окружности совпадают с делительными окружностями.

Линией зацепления называется геометрическое место точек касания профилей зубьев на неподвижной плоскости.

При эвольвентном зацеплении линия зацепления совпадает с нормалью $N-N$ к профилям зубьев, проведенной через точку касания.

Углом зацепления α называется угол, образованный нормалью к профилям зубьев, проведенной через точку касания, и прямой, перпендикулярной к линии центров колес.

Для нормальных (стандартных) колес угол зацепления α равен 20° .

Основными окружностями называются окружности, при разворачивании которых получают эвольвентную часть профилей зубьев.

Прямая N–N является общей касательной к обеим основным окружностям.

Часть зуба, заключенная между окружностью головок и начальной окружностью, называется *головкой зуба*, причем $h_2 = m$.

Часть зуба, заключенная между окружностью впадин и начальной окружностью, называется *ножкой зуба*, причем $h_n = 1,25m$, где m – модуль зацепления по начальным окружностям колес.

Расстояние t между серединами соседних зубьев, измеряемое по начальной окружности, называется *шагом зацепления*.

Практически модуль зацепления может быть определен тремя способами:

1. На основании закона эвольвентного зацепления: «Нормаль, проведенная в любой точке соприкасающихся эвольвентных профилей, является касательной к основной окружности».

Охватывая штангенциркулем заданное число n зубьев колеса (табл. 2.1), измеряют размер L_1 (рис. 2.2), а затем, охватывая на один зуб больше, определяют размер L_2 .

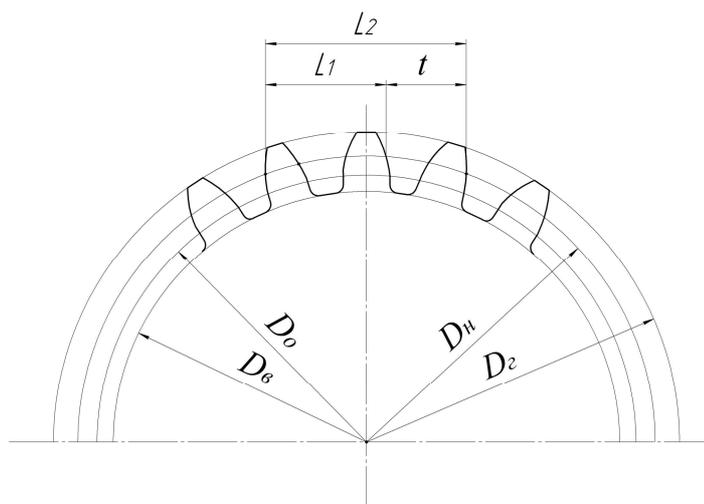


Рис. 2.2. Определение размеров зубчатого колеса

Таблица 2.1

Количество зубьев колеса

z	12...18	19...27	28...36	37...45	46...54	55...63	64...72
n	2	3	4	5	6	7	8

Очевидно, что разность $(L_2 - L_1)$ равна шагу по основной окружности, то есть $L_2 - L_1 = t = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha$.

Отсюда
$$m = \frac{L_2 - L_1}{\pi \cos \alpha}. \quad (2.2)$$

Полученные значения модуля необходимо сверить со стандартом.

2. Модуль рассчитывается по формуле :

$$m = \frac{D_z}{z + 2}. \quad (2.3)$$

Величины D_z и D_g при четном числе z измеряются штангенциркулем (рис. 2.3а), при нечетном – находятся в соответствии с рис. 2.3б по формулам:

$$D_z = d_{отв} + 2H_1; \quad (2.4)$$

$$D_g = d_{отв} + 2H_2, \quad (2.5)$$

где $d_{отв}$ – диаметр отверстия зубчатого колеса, мм.

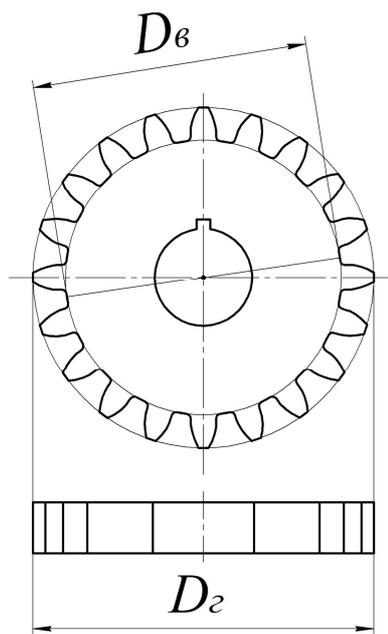


Рис. 2.3а

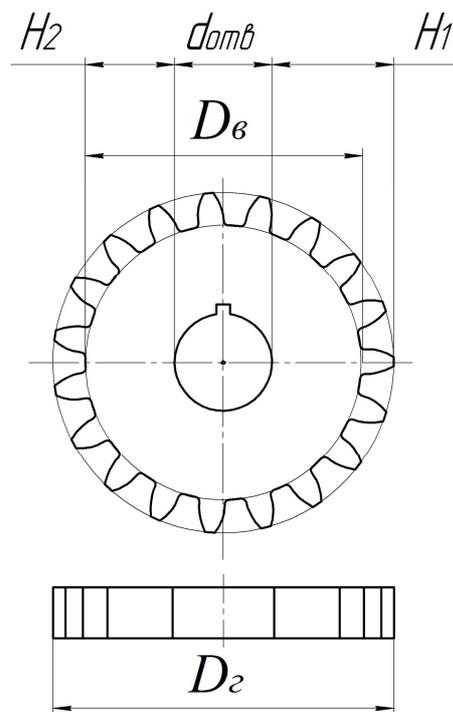


Рис. 2.3б

Толщину зуба S_x по хорде на делительной окружности (рис. 2.4) можно измерить непосредственно штангензубомером. Шкала I служит для замера толщины зуба по хорде, шкала 2 – для замера радиального расстояния L этой хорды до окружности головок колеса.

По шкале I перемещается установочная пластинка 3.

Величину L рассчитывают по формуле

$$L = \frac{D_г - D_n \cos \beta}{2}, \quad (2.6)$$

где $\beta = \frac{90^\circ}{z}$.

На этом расстоянии закрепляют пластинку 3, а затем устанавливают штангензубомер на зубце так, чтобы пластинка 3 упиралась в вершину зуба.

При сдвигании губок штангензубомера до касания с боковыми поверхностями зуба по шкале 2 определится хордальная толщина зуба S_x . Найденное значение S_x сравнивается с расчетным, определяемым по формуле:

$$S_x = D_n \sin \beta. \quad (2.7)$$

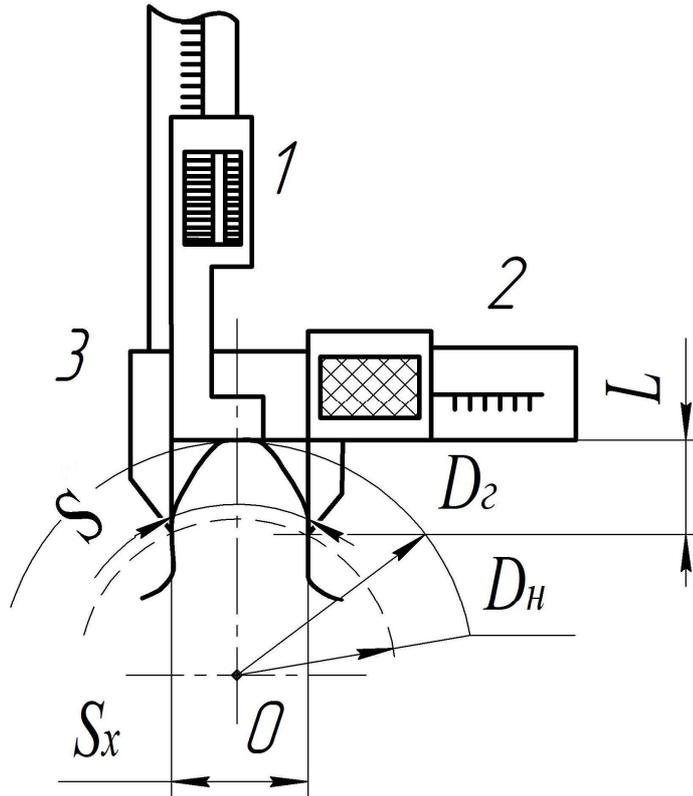


Рис. 2.4

3. По формуле межцентрового расстояния:

$$A_o = \frac{m(z_1 + z_2)}{2}, \quad (2.8)$$

откуда

$$m = \frac{2A_o}{z_1 + z_2}. \quad (2.9)$$

Найдя значения модуля, производят расчет всех геометрических размеров зубчатого колеса.

Расчетные формулы приведены в табл. 2.2.

Параметры зубчатого колеса

№ п/п	Параметры	Расчетные формулы для нормальных колес
1	Диаметр начальной окружности	$D_n = m \cdot z$
2	Диаметр окружности головок	$D_z = m \cdot (z + 2)$
3	Диаметр окружности впадин	$D_g = m \cdot (z - 2,5)$
4	Диаметр основной окружности	$D_o = m \cdot z \cdot \cos \alpha$
5	Шаг зацепления	$t = \pi \cdot m$
6	Толщина зуба по начальной окружности	$S = \frac{\pi \cdot m}{2}$
7	Высота головки зуба	$h_z = m$
8	Высота ножки зуба	$h_n = 1,25 \cdot m$
9	Полная высота зуба	$h = 2,25 \cdot m$

2.2. ВЫЧЕРЧИВАНИЕ ЭВОЛЬВЕНТНЫХ ПРОФИЛЕЙ ЗУБЬЕВ МЕТОДОМ ОБКАТКИ

Нарезание зубьев с эвольвентным профилем в настоящее время производится чаще всего по методу обкатки.

В этом случае режущим инструментом может быть инструментальная зубчатая рейка (гребенка), червячная фреза или долбяк (инструментальное зубчатое колесо).

Нарезание колес осуществляется соответственно на зубострогальных, зубофрезерных и зубодолбежных станках.

При обкатке режущий инструмент и заготовка получают такое относительное движение, какое они имели бы, находясь в действительном

зацеплении. На рис. 2.5 изображена инструментальная рейка.

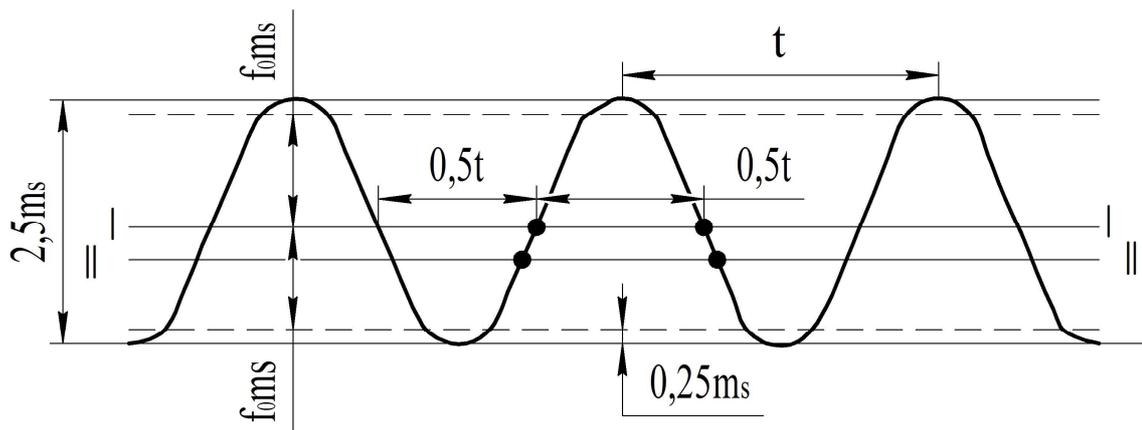


Рис. 2.5. Инструментальная рейка

Общая высота зуба нормальной инструментальной рейки равна $2,5m_s$, где m_s – модуль станочного зацепления; f_0 – относительная высота профилирующей части головки и ножки зуба рейки, равная единице для нормального зуба.

Вершины зубьев инструментальной рейки скруглены с высотой скругления $0,25m_s$.

Впадины инструментальной рейки также скруглены и имеют высоту скругления $0,25m_s$.

Средняя часть профиля зуба рейки представляет собой наклонную прямую.

Высота прямолинейной части зуба равна $2m_s$.

Прямая I – I, делящая зуб по высоте пополам, называется *средней или модульной прямой*. Необходимо отметить, что для рейки на любой прямой шаг t_s будет одинаков.

Отношение шага t_s к π называется *модулем рейки*:

$$m_s = \frac{t_s}{\pi}. \quad (2.10)$$

Для рейки на любой прямой модуль также будет постоянен. На средней

прямой толщина зуба рейки равна ширине впадины рейки, а на любой другой прямой эти величины не равны.

Для каждой окружности зубчатого колеса шаг и модуль имеют различные значения.

Окружность зубчатого колеса, на которой шаг и модуль равны соответственно шагу и модулю инструментальной рейки, носит название *делительной окружности*.

Очевидно, что диаметр делительной окружности будет равен:

$$D_a = m_s z . \quad (2.11)$$

При нарезании нормального колеса, после того как зубья нарезаны на полную глубину, с делительной окружностью будет соприкасаться средняя прямая инструментальной рейки.

В этом случае на делительной окружности толщина зуба и ширина впадины будут одинаковы.

Та прямая инструментальной рейки, которая после нарезания зубьев на полную глубину касается делительной окружности колеса, называется *делительной прямой рейки* II – II.

При нарезании нормального колеса роль делительной прямой выполняет средняя прямая рейки.

При нарезании скорректированного колеса делительная прямая не совпадает со средней прямой.

Расстояние x между средней и делительной прямой рейки называется *абсолютным сдвигом инструмента*.

Относительный сдвиг – отношение абсолютного сдвига x к модулю m_s инструментальной рейки:

$$\xi = \frac{x}{m_s} , \quad (2.12)$$

где ξ – относительный сдвиг.

Как абсолютный, так и относительный сдвиг может быть положительным

и отрицательным.

Если модульная прямая располагается от центра заготовки дальше, чем делительная прямая, то сдвиг считается положительным, и наоборот.

Для того чтобы зубчатое колесо с числом зубьев меньше 17 нарезать нормальной инструментальной рейкой или червячной фрезой, необходимо инструменту сообщить относительный сдвиг, равный:

$$\xi = \frac{17 - Z}{17}. \quad (2.13)$$

В этом случае минимальный абсолютный сдвиг будет равен:

$$x_{\min} = \xi_{\min} \cdot m_s. \quad (2.14)$$

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

К разделу 2.1

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: ознакомиться с элементарными способами измерения и расчета основных геометрических параметров цилиндрических зубчатых колес эвольвентного профиля.

ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ

1. Штангенциркуль.
2. Штангензубомер.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Подсчитать число зубьев колеса.
2. По таблице определить число n зубьев, которые следует охватывать штангенциркулем, чтобы щечки касались эвольвентных участков профилей. Измерить штангенциркулем отрезки L_1 и L_2 . По формуле (2.2) определить модуль зацепления m , округляя его величину до ближайшего стандартного значения.

3. Определить диаметры головок D_2 и впадин D_6 по формулам (2.4) и (2.5) и найти модуль зацепления вторым способом по формуле (2.3).
4. Определить геометрические размеры зубчатого колеса по расчетным формулам, приведенным в табл. 2.2.
5. С помощью штангензубомера определить хордальную толщину зуба S_x и сравнить с расчетной по формуле (2.7).
6. Оформить отчет о работе по прилагаемой форме.

К разделу 2.2

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: получить навыки вычерчивания эвольвентных профилей зубьев методом обкатки моделью инструментальной рейки.

ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ

1. Прибор для вычерчивания профилей эвольвенты зубьев методом обкатки (огибания).
2. Бумажный круг (заготовка) из ватмана.
3. Карандаш чертежный.

ОПИСАНИЕ ПРИБОРА

Двойной диск 1 (рис. 2.6) соответствует заготовке, причем верхний диск b по диаметру больше окружности головок нарезаемого колеса и служит для закрепления листа бумаги, на котором вычерчиваются профили зубьев. Нижний диск a имеет окружность, соответствующую делительной окружности нарезаемого колеса.

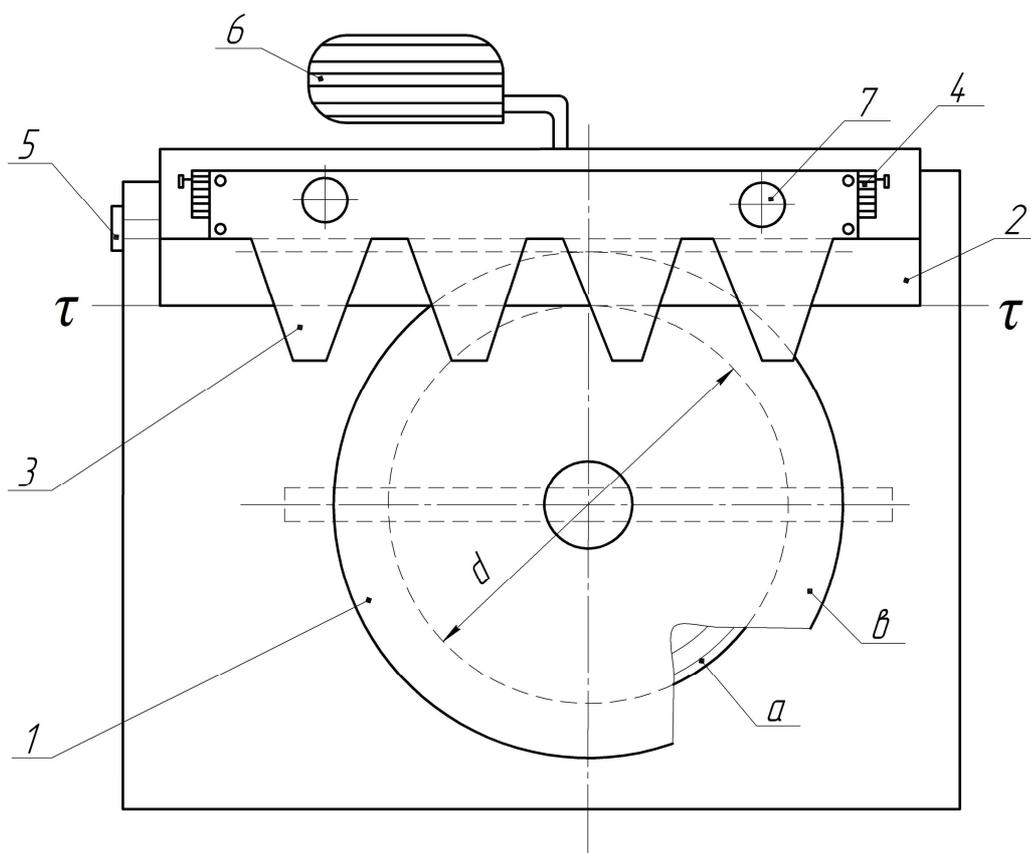


Рис. 2.6. Прибор для вычерчивания профиля зубьев

С помощью гибкой связи диск a обкатывается по прямой $\tau - \tau$ соответствующей делительной прямой рейки, принадлежащей неподвижной планке 2 (см. рис. 2.6).

Рейка 3, перемещаясь по направляющим планки 2, может занимать относительно делительной прямой $\tau - \tau$ различные положения, фиксируемые винтами 7.

На планке 2 нанесена шкала 4, а на рейке – две риски, что позволяет точно определить положение рейки относительно планки.

При совпадении рисок с нулевым делением шкалы происходит построение профиля зуба нормального колеса, так как прямая $\tau - \tau$ совпадает с модульной прямой рейки.

При сдвиге рейки вверх или вниз будут вычерчиваться соответственно "положительные" или "отрицательные" колеса.

За исходное положение диска 1 при вычерчивании зубьев принимается

его крайнее правое положение. В результате последовательных поворотов диска на ряд небольших углов (путем нажатия на рычаг б) и обвода зубьев рейки острием карандаша образуются полные профили двух-трех зубьев колеса.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Разделить бумажный круг (заготовку) на квадранты. Поместить диск в крайнее правое положение и закрепить на нем заготовку. В каждом квадранте вычертить по два – три профиля зубьев в четырех вариантах:

- а) нормальное колесо;
- б) колесо со сдвигом, рассчитанное из условия устранения подрезания;
- в) "положительное" колесо со сдвигом $x=8...10$ мм;
- г) "отрицательное" колесо со сдвигом $x = 8...10$ мм.

Для того чтобы подвести чистую бумагу под рейку при вычерчивании нового варианта, необходимо ослабить винт 5 (см. рис.2.6) натяжения проволоки и повернуть диск на нужный угол без обкатывания.

2. Рассчитать размеры зубчатых колес по формулам, приведенным в табл. 2.2.

3. Нанести на заготовку четыре окружности колеса: делительную, основную, головок и ножек.

4. По делительной окружности измерить хордальную толщину зубьев и сверить полученные величины с расчетными.

5. Оформить отчет и приложить к нему диск с вычерченными профилями зубьев колес.

ФОРМА ОТЧЕТА

Раздел 2.1. Определение геометрических элементов зубчатых колес с прямыми зубьями.

1. Эскиз колеса и основные размеры.

Записать данные, полученные путем замера зубчатого колеса.

$$z_1 = \quad \text{(по формуле (2.2))}$$

$$l_1 =$$

$$l_2 =$$

$$m =$$

$$D_r = d_{омв} + 2H_1 = \quad \text{(согласно рис. 2.3б)}$$

$$D_г = d_{омв} + 2H_2 = \quad \text{(согласно рис. 2.3б)}$$

$$m = \quad \text{(по формуле (2.3))}$$

$$S_k = \quad \text{(по результатам замеров штангензубомером)}$$

2. Геометрические размеры зубчатого колеса по расчетным формулам, приведенным в табл.2.2.

Расчетная формула	Результаты расчета
-------------------	--------------------

$$D_H = m \cdot z$$

$$D_г = m \cdot (z + 2)$$

$$D_в = m \cdot (z - 2,5)$$

$$D_o = m \cdot z \cdot \cos \alpha$$

$$t = \pi \cdot m$$

$$S = \frac{\pi \cdot m}{2}$$

$$h_г = m$$

$$h_H = 1,25 \cdot m$$

$$h = 2,25 \cdot m$$

Раздел 2.2. Вычерчивание эвольвентных профилей зубьев методом обкатки.

Прибор №.....

Заданные величины:

1. Модуль рейки $m = \dots$ мм.
2. Угол профиля рейки $\alpha_p = 20^\circ$.
3. Диаметр делительной окружности $D_a = \dots$ мм.

Расчет размеров колес

№ п/п	Наименование элементов зубчатых колес	Нормальное колесо		Исправленное колесо		
		Расчетные формулы	Размеры, мм	Расчетные формулы	Размеры колеса для коэффиц. сдвига	
					x=	x=
1	Число зубьев колеса	$z = \frac{D_n}{m}$				
2	Диаметр основной окружности	$D_o = D_n \cdot \cos \alpha_p$				
3	Диаметр окружности вершин	$D_z = m \cdot (z + 2)$		$D_z = m \cdot (z + 2) \pm 2x$		
4	Диаметр окружности впадин	$D_g = m \cdot (z - 2.5)$		$D_g = m \cdot (z + 2,5) \pm 2x$		

5	Шаг зацепления	$t = \pi \cdot m$				
6	Толщина зуба по делительной окружности	$S = \frac{\pi \cdot m}{2}$		$S = \frac{\pi \cdot m}{2} \pm 2x \cdot \operatorname{tg} \alpha_p$		
7	Хордальная толщина зуба по делительной окружности	$S_x = D_a \cdot \sin \frac{S}{D_a}$				
Результаты замера хордальных толщин зубьев по делительной окружности		Нормального колеса $S_x = \dots$		Исправленных колес $S_x = \dots$		

ВОПРОСЫ ПО РАБОТЕ

1. Дать определение нормального (некорректированного) и исправленного (корректированного) зубчатого колеса.
2. Назвать основные параметры, характеризующие нормальное зубчатое колесо.
3. Что такое эвольвента, каковы ее свойства? Метод построения эвольвенты.
4. Методы нарезания зубьев цилиндрических зубчатых колес.

Лабораторная работа №3
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задачей кинематического анализа зубчатых механизмов является расчет угловых скоростей ведомых звеньев путем определения передаточных отношений в этих механизмах.

Зубчатые механизмы могут быть плоскими и пространственными: плоские – в случае параллельности осей вращения и пространственные – в случае перекрещивания или пересечения осей вращения.

Зубчатые механизмы делятся на механизмы с неподвижными и подвижными осями.

3.1. ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ С НЕПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ

Передаточное отношение i_{1-2} пары зубчатых колес есть отношение угловой скорости колеса 1 к угловой скорости колеса 2.

Передаточному отношению в плоских зубчатых механизмах условно приписывают знак «+», если сцепляющиеся колеса вращаются в одну сторону, и знак «-», если эти колеса вращаются в разные стороны.

Для случая внешнего зацепления пары колес перед численным значением передаточного отношения появляется знак «-» (рис. 3.1):

$$i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = -\frac{z_2}{z_1}. \quad (3.1)$$

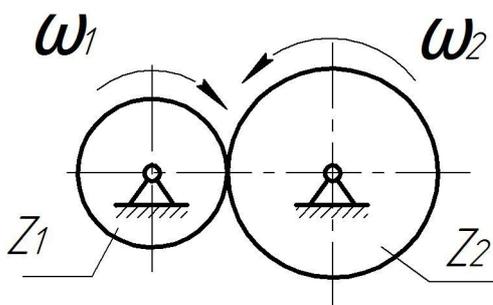


Рис. 3.1. Схема внешнего зубчатого зацепления

Для случая внутреннего зацепления (рис. 3.2) – знак « + »:

$$i_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (3.2)$$

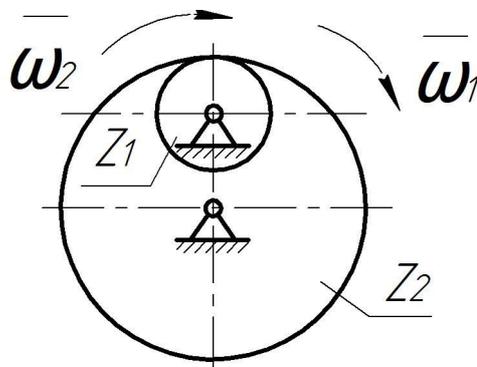


Рис. 3.2. Схема внутреннего зубчатого зацепления

Последовательное зацепление зубчатых колес показано на рис. 3.3.

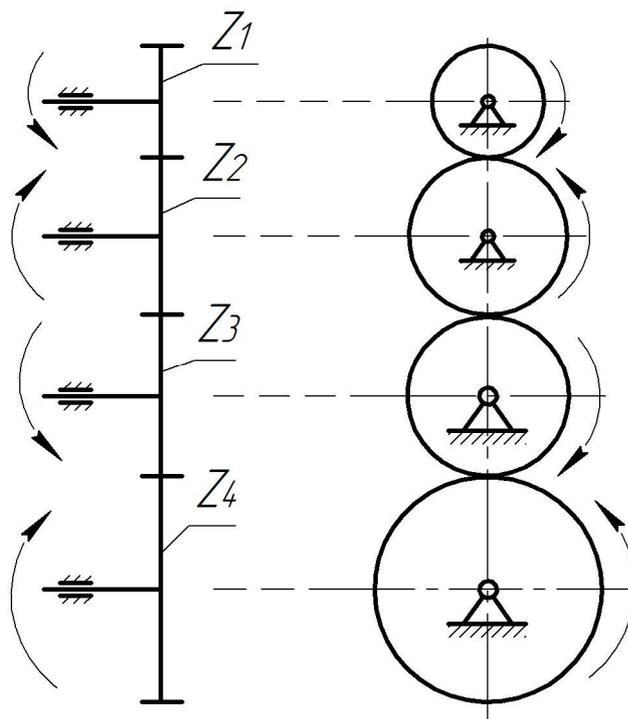


Рис. 3.3. Последовательное зацепление зубчатых колес

Передаточное отношение для каждой пары соприкасающихся колес определяется по формулам:

$$\begin{aligned} i_{1-2} &= \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1}; \\ i_{2-3} &= \frac{\omega_2}{\omega_3} = -\frac{z_3}{z_2}; \\ i_{3-4} &= \frac{\omega_3}{\omega_4} = -\frac{z_4}{z_3}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Общее передаточное отношение всего механизма

$$i_{1-4} = \frac{\omega_1}{\omega_4}. \quad (3.4)$$

Производя последовательную подстановку значений ω_4 , ω_3 и ω_2 в выражение (3.4), находим:

$$i_{1-4} = i_{1-2} \cdot i_{2-3} \cdot i_{3-4} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_3}{z_2}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) = -\frac{z_4}{z_1}. \quad (3.5)$$

Знак общего передаточного отношения определяется в зависимости от числа внешних зацеплений. В рассматриваемом примере:

$$i_{1-4} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \cdot \frac{z_4}{z_3} \cdot (-1)^k = \frac{z_4}{z_1} \cdot (-1)^k, \quad (3.6)$$

где k – число внешних зацеплений.

Ступенчатое, или кратное, зацепление зубчатых колес изображено на рис. 3.4.

Передаточное отношение для каждой ступени

$$i_{1-2} = -\frac{z_2}{z_1}; \quad i_{2'-3} = -\frac{z_3}{z_2}; \quad i_{3'-4} = -\frac{z_4}{z_3}. \quad (3.7)$$

Общее передаточное отношение равно произведению частных передаточных отношений последовательно соединенных ступеней:

$$i_{1-4} = i_{1-2} \cdot i_{2'-3} \cdot i_{3'-4} \cdot (-1)^k = \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2'} \cdot \frac{z_4}{z_3'} \cdot (-1)^k = -\left(\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2'} \cdot \frac{z_4}{z_3'}\right). \quad (3.8)$$

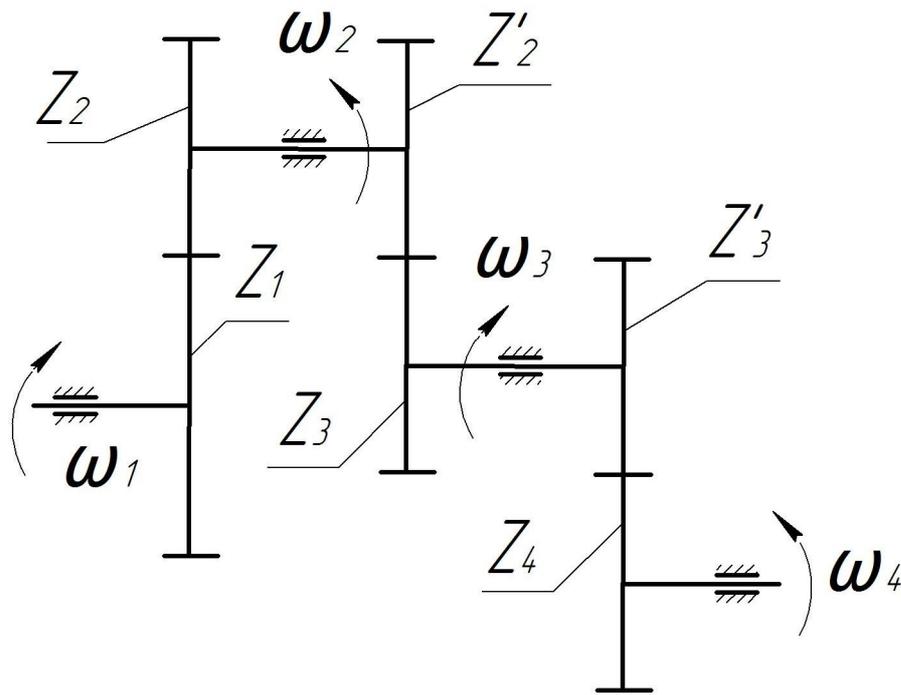


Рис. 3.4. Ступенчатое зацепление зубчатых колес

3.2. ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ С ПОДВИЖНЫМИ ОСЯМИ

Механизмы, в которых имеются зубчатые колеса и ось хотя бы одного из них подвижна, называются *планетарными зубчатыми механизмами*. Зубчатые колеса, оси которых подвижны, носят название *сателлитов*.

Для звена, образующего с сателлитом вращательную пару, применяется термин: *водило* и обозначение буквой *H*.

Сателлиты совершают сложное движение. При подвижном водиле эти звенья, вращаясь вокруг своих осей, в то же время перемещаются вместе с водилом. Это напоминает движение планет, откуда и произошел термин «*планетарные механизмы*».

Неподвижная ось, около которой вращается водило *H*, именуется *основной осью*.

Зубчатые колеса, ось которых совпадает с основной осью, называются *центральными колесами*.

Центральные зубчатые колеса имеют зацепление с сателлитами.

Примеры планетарных механизмов приведены на рис. 3.5.

Основные звенья вращаются около основной оси и воспринимают в работающей передаче нагрузку от внешних моментов.

Так, на рис. 3.5,а звенья 1, 3 и Н являются основными звеньями. На рис. 3.5,б – те же основные звенья 1, 3 и Н (основное звено может быть и неподвижным).

Передача, полученная из планетарной путем остановки водила, называется *простой передачей*.

Если в планетарном механизме подвижными являются все три основные звена, то он носит название *дифференциального механизма* или просто *дифференциала* (см. рис. 3.5,а и 3.5,в).

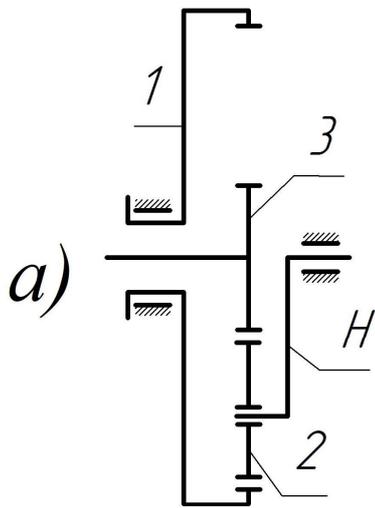
На рис. 3.5,б одно из основных звеньев (колесо 3) является неподвижным – это так называемый *планетарный механизм с одной степенью подвижности*.

Дифференциальные механизмы могут иметь две и более степени подвижности.

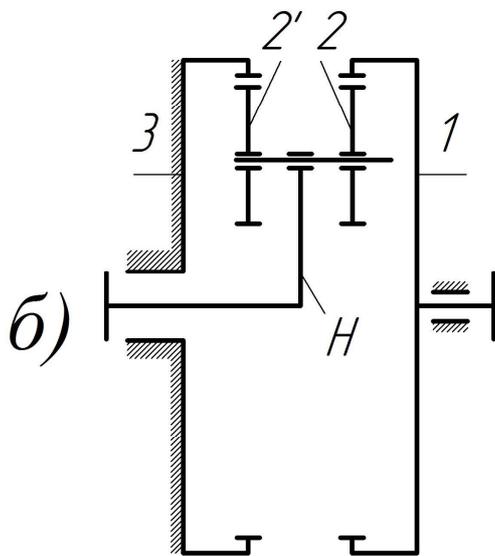
Простые планетарные механизмы имеют только одну степень подвижности.

Дифференциальный механизм можно получить из простого планетарного, если принять подвижным закрепленное центральное колесо.

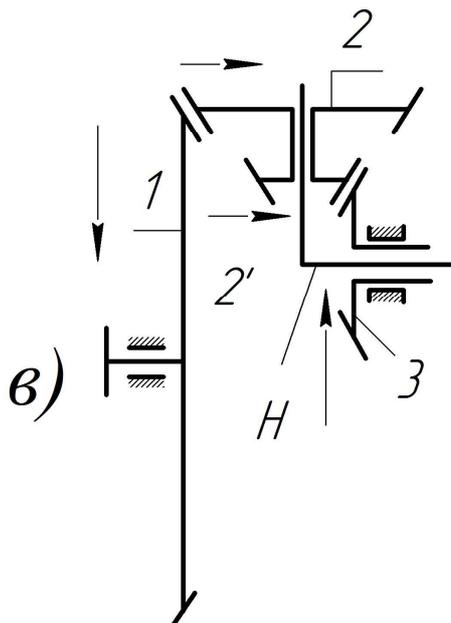
Так, на рис. 3.5,б, считая колесо 3 подвижным, получим дифференциал; наоборот, закрепляя одно из центральных колес (например, колесо 1 на рис. 3.5,а), получим простой планетарный механизм с одной степенью подвижности.



*1 и 3 - центральные колеса,
2 - сателлит,
H - водило,
1, 3 и H - основные звенья*



*1 и 3 - центральные колеса,
H - водило,
2-2' - сателлитное звено,
1, 3 и H - основные звенья*



*1 и 3 - центральные колеса,
H - водило,
2-2' - сателлитное звено*

Рис. 3.5

При кинематическом исследовании планетарных передач ставится задача определения угловых скоростей ведомых звеньев при заданных угловых скоростях входных звеньев.

Формулу, связывающую угловые скорости центральных колес и водила, получим, используя метод остановки водила (метод Виллиса), который заключается в следующем.

Планетарному механизму сообщается дополнительное вращение (условно) с угловой скоростью, равной угловой скорости водила, но направленной противоположно. Относительное движение звеньев от этого не изменится. Но после сообщения всем звеньям угловой скорости водила с обратным знаком планетарная передача превращается в простую, легко рассчитываемую как передача, в которой оси всех колес неподвижны.

Составим уравнение, связывающее угловые скорости ω_1 , ω_3 и ω_H передачи, представленной на рис. 3.5,а.

Пусть ω_1 , ω_3 и ω_H – угловые скорости звеньев 1, 3 и H . После сообщения планетарному механизму дополнительного вращения с угловой скоростью водила с обратным знаком, то есть после прибавления к ω_1 , ω_3 и ω_H величины, равной $-\omega_H$, звенья будут иметь следующие угловые скорости (табл. 3.1):

Таблица 3.1

Расчет угловых скоростей зубчатых колес с помощью метода Виллиса

Звено механизма	Первоначальная угловая скорость звена	Угловая скорость звена после сообщения ему дополнительного вращения
1	ω_1	$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$
3	ω_3	$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$
H	ω_H	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H = 0$

Следовательно, после сообщения звеньям механизма дополнительного вращения с угловой скоростью $-\omega_H$ звено H будет неподвижно. Индекс H у

обозначения угловых скоростей ω_1^H , ω_3^H и ω_H^H показывает, что рассматриваются угловые скорости колес в предположении неподвижности водила.

Для простой передачи, полученной после остановки водила, передаточное отношение от одного из центральных колес к другому (от колеса 1 к колесу 3) будет равно:

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H}, \quad (3.9)$$

где i_{1-3}^H – передаточное отношение, рассчитываемое, как для обычной зубчатой передачи с неподвижными осями.

Для дифференциала, изображенного на рис. 3.5,а, запишем:

$$i_{1-3}^H = -\frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_3}{z_1} \quad (3.10)$$

и, следовательно,
$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (3.11)$$

Для дифференциала должны быть заданы угловые скорости или число оборотов двух основных входных звеньев, например ω_1 и ω_2 (ω_3 и ω_H или ω_1 и ω_H), а неизвестной является угловая скорость выходного звена ω_H (ω_1 или ω_3). Причем угловые скорости должны задаваться с определенным знаком, который указывает на направление вращения колес. Например, задано $+\omega_1$ и $-\omega_H$, что соответствует направлениям по часовой стрелке («+») и против часовой стрелки («-»), если смотреть вдоль основной оси, например, с левого конца.

Рассмотрим пример расчета дифференциального механизма, изображенного на рис. 3.5,а.

Дано: $z_1=120$; $z_2=45$; $z_3=40$; $n_1=+ 60 \text{ мин}^{-1}$; $n_H=-60 \text{ мин}^{-1}$.

Определить: n_3 .

По формуле Виллиса имеем:
$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (3.12)$$

Отсюда
$$n_3 = \left(-\frac{z_1}{z_3} \right) \cdot \left(n_1 - n_H - \frac{z_3}{z_1} \cdot n_H \right); \quad (3.13)$$

$$n_3 = \left(-\frac{120}{40} \right) \cdot \left(60 - 60 + \frac{40}{60} \cdot 60 \right) = -420 \text{ мин}^{-1}.$$

Если в дифференциале (см. рис. 3.5,а) закрепить одно из центральных колес (например, колесо 3), то получим механизм с одной степенью подвижности, то есть планетарный механизм.

Планетарные механизмы рассчитываются по той же формуле Виллиса:

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}. \quad (3.14)$$

При $\omega_3 = 0$ получим:

$$i_{1-3}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{-\omega_H}; \quad (3.15)$$

$$i_{1-3}^H = -\frac{\omega_1}{\omega_H} + 1; \quad (3.16)$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - i_{1-3}^H, \quad (3.17)$$

где $\frac{\omega_1}{\omega_H} = i_{1-H}$ – передаточное отношение простого планетарного механизма.

На практике расчет планетарных и дифференциальных механизмов часто проводится с помощью специальных таблиц, приведенных в справочной литературе. Применяется также и графоаналитический метод.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: ознакомиться с методикой составления кинематических схем и определения передаточных отношений в зубчатых механизмах с неподвижными и подвижными осями (планетарных и дифференциальных).

ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ

1. Градуированные диски для измерения угловых перемещений.
2. Тахометр.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Составить кинематическую схему механизма, подсчитать число зубьев всех колес и записать их в таблицу отчета.

2. Подсчитать число подвижных звеньев n , число низших и высших кинематических пар p_1, p_2 и определить по формуле Чебышева число степеней свободы W .

3. Разделить механизм на ступени, составить расчетные формулы для определения передаточных отношений отдельных ступеней и вычислить их значения. Найти общее передаточное отношение механизма.

4. Вычислить передаточное отношение от водила к сателлиту и от центрального колеса к сателлиту.

5. Опытным путем определить общее передаточное отношение механизма, полученные данные занести в таблицу отчета.

5.1. С помощью тахометрической аппаратуры

Зафиксировать относительное направление вращения входных и выходных звеньев планетарных или дифференциальных механизмов. Привести в движение с определенными скоростями входные звенья. Затем для них измерить угловую скорость вращения (в оборотах в минуту), после чего рассчитать передаточное отношение механизма.

5.2. С помощью градуированных дисков для измерения угловых перемещений

Измерить углы поворота ведущего φ_1 и ведомого φ_k звеньев планетарного механизма, после чего рассчитать передаточное отношение между входным и выходным звеньями:

$$i_{1k} = \frac{\varphi_1}{\varphi_k}. \quad (3.18)$$

Полученный результат сравнить с расчетными данными.

Измерить углы поворота φ_1 и φ_n двух входных звеньев и углы поворота φ_k' и φ_k^H выходного звена дифференциального механизма. Угол поворота φ_k' выходного звена характеризует его поворот от первого входного звена при неподвижном водиле. Угол поворота φ_k^H выходного звена характеризует его поворот от второго входного звена (от водила) при неподвижном центральном зубчатом колесе.

Полный угол поворота ведомого звена φ_k равен:

$$\varphi_k = \varphi_k' \pm \varphi_k^H. \quad (3.19)$$

Передаточные отношения определить по формулам:

$$i_{1k} = \frac{\varphi_1}{\varphi_n}; \quad i_{nk} = \frac{\varphi_n}{\varphi_k}. \quad (3.20)$$

Полученные результаты сравнить с расчетными данными по числам зубьев колес исследуемого механизма.

ФОРМА ОТЧЕТА

1. Название механизма и его схема
2. Число зубьев колес.

Для зубчатых колес, входящих в механизм, записать число зубьев в соответствии с принятыми обозначениями:

$$Z_1 = \dots; Z_2 = \dots; Z_3 = \dots; \dots$$

3. Основные звенья и сателлиты механизма.

Провести классификацию звеньев механизма.

4. Число степеней свободы механизма.

По формуле Чебышева рассчитать W

$$n = \dots; P_1 = \dots; P_2 = \dots; W = \dots$$

5. Расчет передаточных отношений по числу зубьев колес.

5.1. Общее передаточное отношение:

$$i = \dots = \dots = \dots$$

5.2. Передаточное отношение от водила к сателлиту:

$$i = \dots = \dots = \dots$$

5.3. Передаточное отношение от центрального колеса к сателлиту:

$$i = \dots = \dots = \dots$$

6. Опытная проверка общего передаточного отношения механизма с помощью тахометра и градуированного диска.

Число оборотов входного звена	Число оборотов выходного звена	Передаточное отношение

ВОПРОСЫ ПО РАБОТЕ

1. Какова задача кинематического анализа зубчатых механизмов?
2. Написать формулу для определения передаточного отношения плоского зубчатого механизма с внешним и внутренним зацеплением.
3. Перечислить виды зубчатых механизмов с подвижными осями и их звенья.
4. Привести вывод формулы Виллиса.
5. Дать определение планетарного механизма. Нарисовать его схему.
6. Дать определение дифференциального механизма. Нарисовать его схему.
7. Что такое передаточное отношение, передаточное число?

Лабораторная работа № 4

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ КУЛАЧКОВЫХ МЕХАНИЗМОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

4.1. Основные виды кулачковых механизмов

Механизм, в состав которого входит кулачок, называется *кулачковым*. Кулачок имеет рабочую поверхность переменной кривизны и образует со взаимодействующим с ним звеном (толкателем) высшую кинематическую пару. Задавая соответствующий профиль кулачку, можно легко получить любой закон движения толкателя. Кулачковый механизм позволяет преобразовывать вращательное движение кулачка в поступательное, качательное движение толкателя (рис. 4.1,а, б, в, е, ж). Толкатель и коромысло могут непосредственно контактировать с кулачком и иметь при этом заостренный наконечник (рис. 4.1,б), а могут иметь на конце ролик (рис 4.1,а, г, д, е и др.), что позволяет уменьшить потери энергии на трение и износ поверхностей кулачка и толкателя. Кулачок бывает плоским (рис. 4.1,а...л) или пространственным (рис. 4.1,м...н). Для обеспечения непрерывного контакта звеньев применяют силовое (рис. 4.1,а, е, п) и геометрическое (рис. 4.1,ж...о) замыкание. При силовом замыкании звенья прижимаются друг к другу пружиной, силой тяжести толкателя, давлением жидкости в гидроцилиндре и т.д. При геометрическом замыкании непрерывность взаимодействия обусловлена геометрией звена. На рис. 4.1,ж ролик располагается в пазу. Паз может быть в виде кольца (см. рис. 4.1,ж) или в виде ограниченного участка (рис. 4.1,з,и). На рис. 4.1,к коромысло имеет два ролика, взаимодействующие с двумя расположенными в параллельных плоскостях кулачками. На рис. 4.1,л коромысло выполнено в виде вилки. Пространственный кулачок может иметь те же схемы замыкания, что и плоский, например, когда ролик расположен в пазу (рис. 4.1,м, н). Пространственный механизм имеет цилиндрический

(рис. 4.1,м), конический (рис. 4.1,н), сферический (рис. 4.1,о) или глобоидальный кулачок. Кулачки на рис. 4.1,а...о характеризуются одной степенью свободы. На рис. 4.1п изображен кулачок, который приводится в движение двумя ведущими звеньями. На рис. 4.1,р – пространственный механизм, у которого положение коромысла задается поворотом кулачка и перемещением его вдоль оси вращения. Механизмы, показанные на рис. 4.1,п,р, обладают двумя степенями свободы. В машинах и механизмах используются и другие разновидности кулачков (например, многооборотный, спиральный, регулируемый и др.).

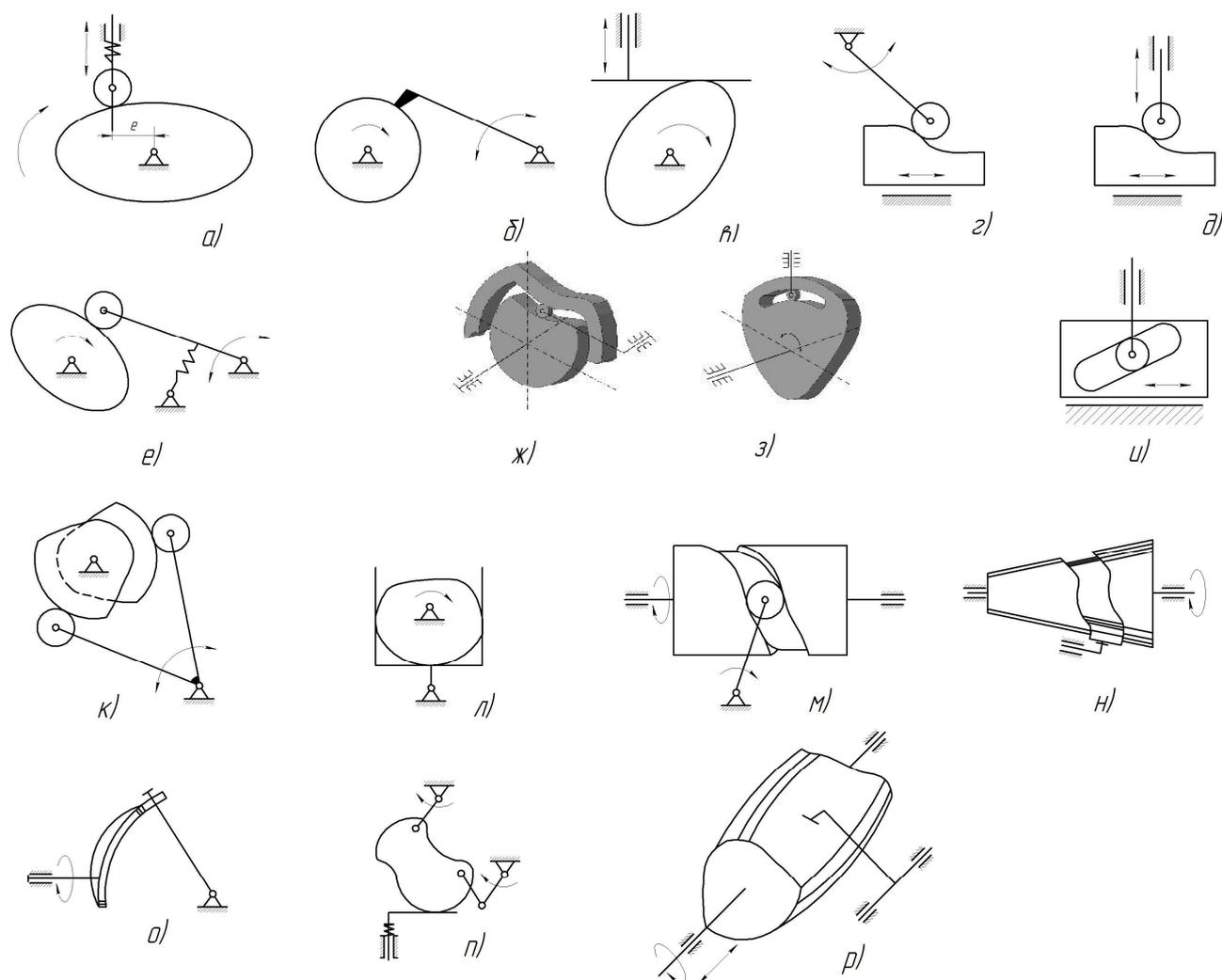


Рис. 4.1. Схемы кулачковых механизмов

4.2. Определение циклограммы работы механизма

Обычно в работе механизма различают несколько этапов: рабочий ход, выстой толкателя в крайнем или промежуточном положении, холостой ход, выстой толкателя в другом крайнем или промежуточном положении. При этом центр ролика удаляется от оси вращения кулачка, выстаивает в дальнем положении, приближается к оси вращения кулачка, выстаивает в ближнем положении. В связи с этим различают этапы работы кулачкового механизма в углах поворота кулачка, которые называются фазовыми. Различают фазы: удаления – $\varphi_y(\varphi_1)$; стояния дальнего – $\varphi_{с.д.}(\varphi_2)$; сближения – $\varphi_c(\varphi_3)$ и стояния ближнего – $\varphi_{с.б.}(\varphi_4)$. Углы φ_1 и φ_3 изменяются в пределах $\varphi_y \geq \varphi_1 \geq 0$; $\varphi_c \geq \varphi_3 \geq 0$ (рис. 4.2). Условная диаграмма движения ведомого звена в зависимости от угла (времени) поворота кулачка за цикл движения называется *циклограммой* работы механизма.

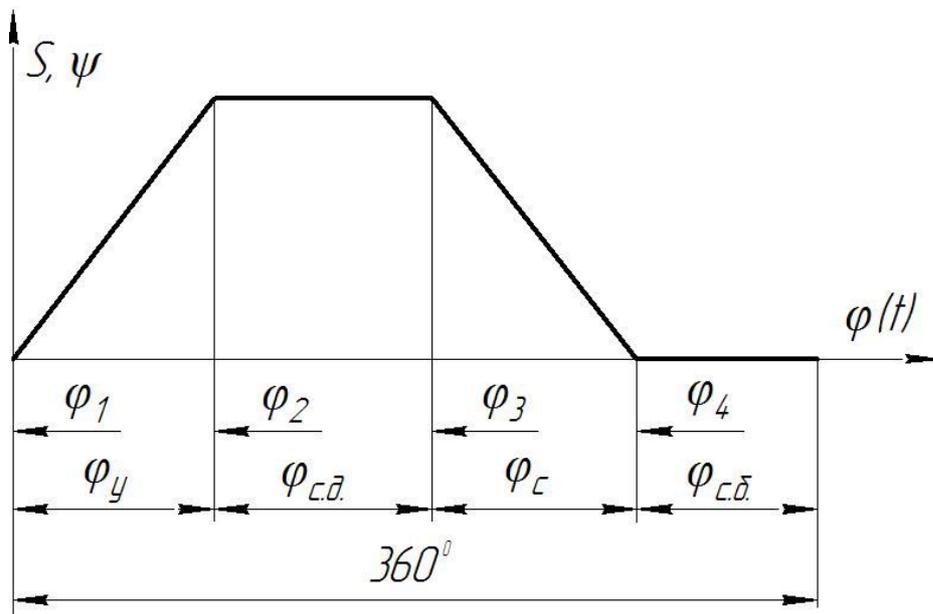


Рис. 4.2. Циклограмма работы кулачкового механизма

4.3. Законы движения ведомых звеньев

В теории кулачковых механизмов различают следующие законы движения толкателя: с жестким ударом, с мягким ударом, безударные, абсолютно безударные (полидинамические). Наличие ударов в кулачковом механизме определяется характером изменения ускорения в начале и конце фаз движения толкателя. На практике применяют законы движения, которые удовлетворяют технологическим, кинематическим и динамическим требованиям. В качестве примера рассмотрим несколько законов движения.

4.3.1 Линейный закон движения. Закон движения с жестким ударом

Перемещение ведомого звена и угол поворота имеют между собой линейную зависимость (рис. 4.3):

– для фазы удаления

$$S_1 = \frac{h}{\varphi_y} \varphi_1; \quad (4.1)$$

– для фазы сближения

$$S_3 = h \left(1 - \frac{\varphi_3}{\varphi_c} \right), \quad (4.2)$$

где h – полный подъем ведомого звена, ход толкателя.

Аналоги скоростей на фазах удаления и сближения определяются по формулам:

$$\frac{dS_1}{d\varphi_1} = V_{\varphi_1} = \frac{h}{\varphi_y} = const; \quad (4.3)$$

$$\frac{dS_3}{d\varphi_3} = V_{\varphi_3} = \frac{h}{\varphi_c} = const. \quad (4.4)$$

Скорость движения толкателя на обеих фазах постоянна. Аналоги ускорений a_{φ_1} и a_{φ_3} на этих фазах равны нулю, кроме положений а, б, с, д, где функция V_{φ} имеет разрывы. В данных положениях теоретически ускорения ведомого звена являются величиной, равной бесконечности. Это вызывает

появление там жестких ударов, при которых силы, действующие на звенья механизма, теоретически достигают бесконечности.

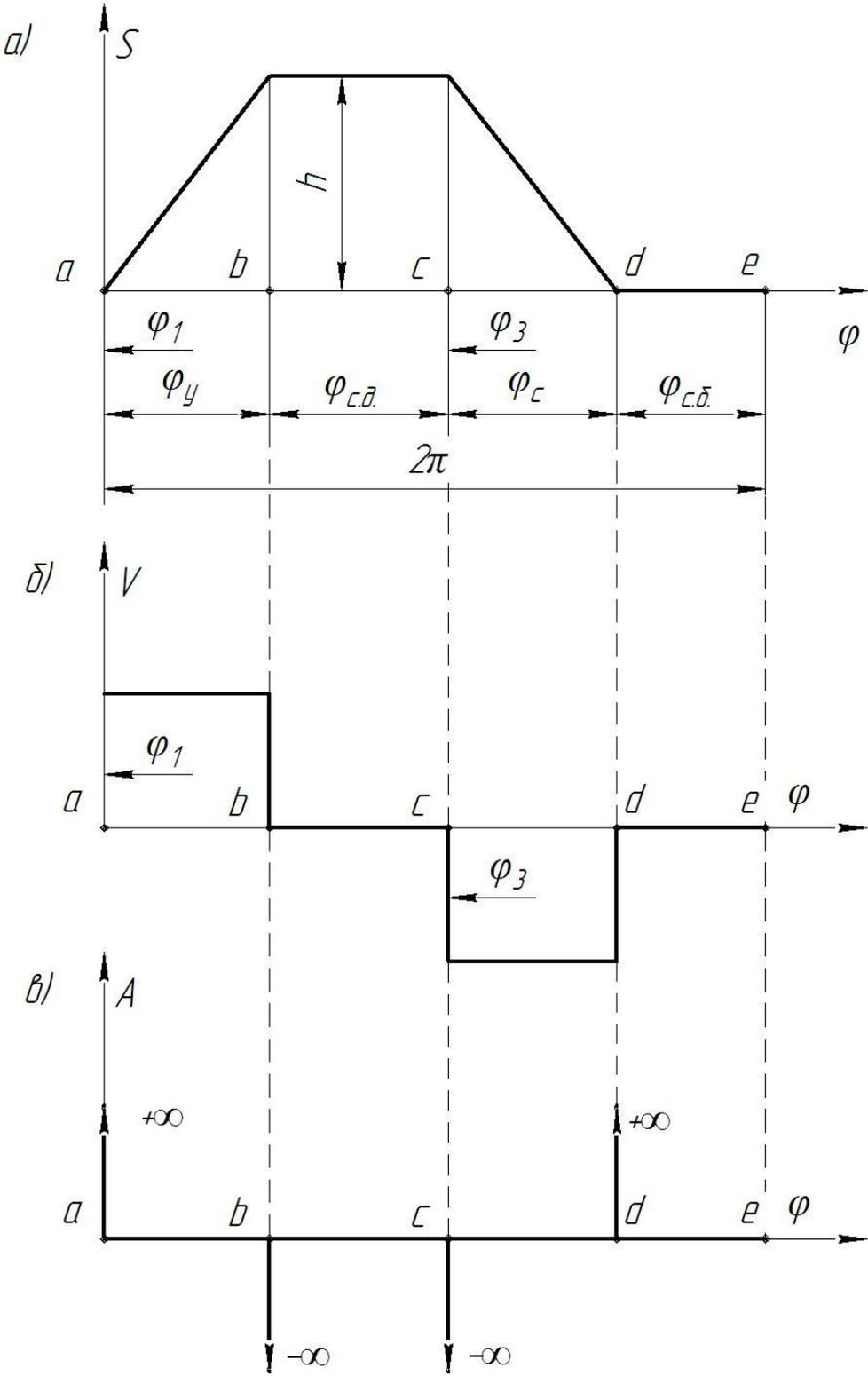


Рис. 4.3. Линейный закон движения ведомого звена

Практически же в силу ряда причин, например амортизирующего эффекта упругости звеньев, аналоги ускорения a_φ не могут быть равными бесконечности. Законы движения, в которых ускорение стремится к бесконечности в определенные моменты, называются законами с жестким ударом (см. рис. 4.3). Если аналоги ускорений в начале и конце фазы имеют конечную величину, то в механизме возникают мягкие удары. Примером такого движения может служить косинусоидальный закон (аналог ускорения изменяется по косинусоиде).

4.3.2. Косинусоидальный закон изменения аналога ускорения толкателя на фазах удаления и сближения

Кинематические диаграммы движения данного закона приведены на рис. 4.4. При их построении используются следующие формулы:

– для фазы удаления

$$S_1 = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi_1 \right); \quad (4.5)$$

$$V_{\varphi_1} = \frac{h}{2} \frac{\pi}{\varphi_y} \sin \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi_1; \quad (4.6)$$

$$a_{\varphi_1} = \frac{h}{2} \frac{\pi^2}{\varphi_y^2} \cos \frac{\pi}{\varphi_y} \varphi_1; \quad (4.7)$$

– для фазы сближения

$$S_3 = h - \left[\frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\varphi_c} \varphi_3 \right) \right]; \quad (4.8)$$

$$V_{\varphi_3} = -\frac{\pi}{2\varphi_c} \sin \frac{\pi}{\varphi_c} \varphi_3; \quad (4.9)$$

$$a_{\varphi_3} = -\frac{h}{2} \frac{\pi^2}{\varphi_c^2} \cos \frac{\pi}{\varphi_c} \varphi_3. \quad (4.10)$$

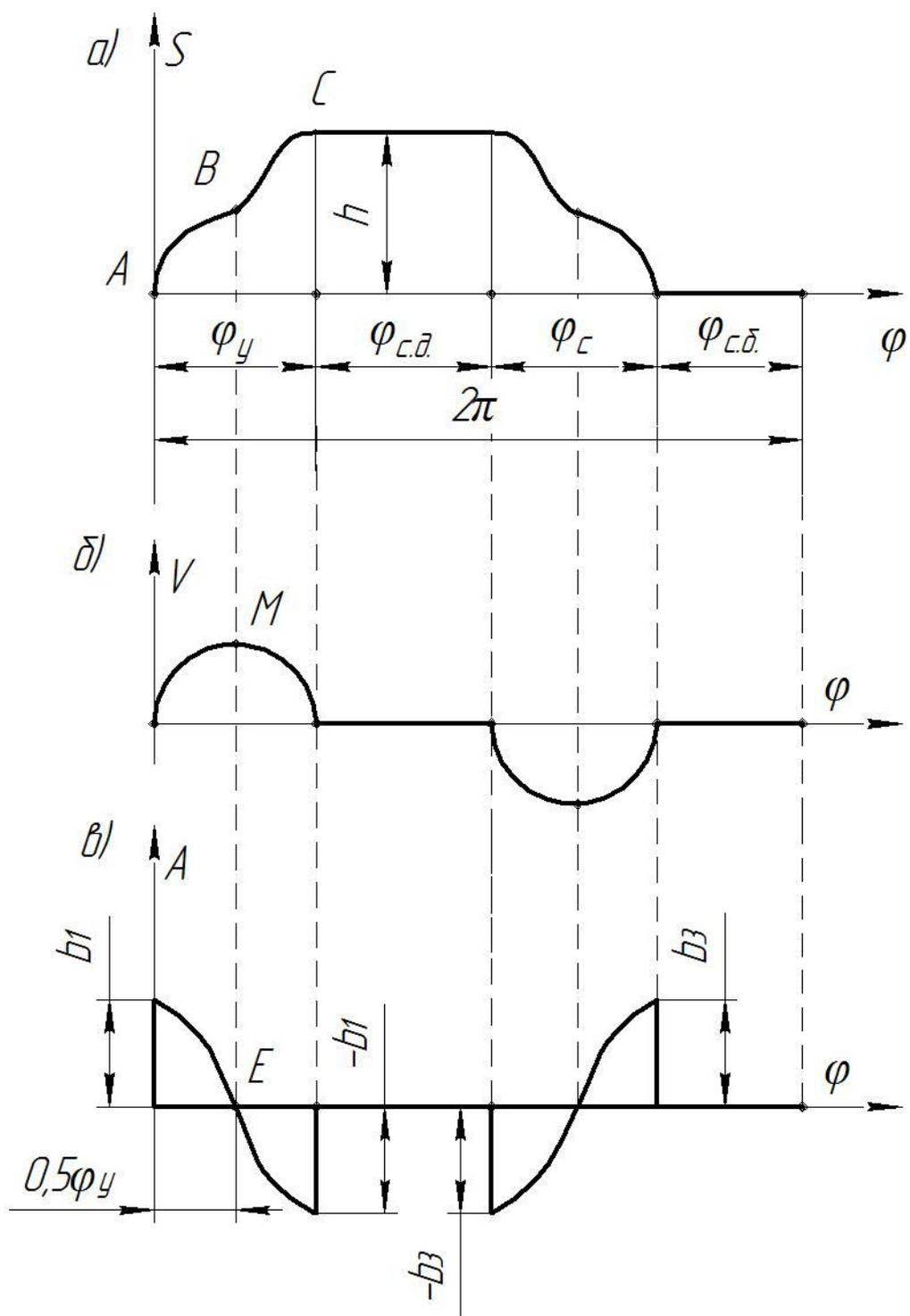


Рис. 4.4. Косинусоидальный закон изменения ускорения ведомого звена кулачкового механизма

4.3.3. Синусоидальный закон изменения аналога ускорения толкателя на фазах удаления и сближения

Движение толкателя происходит без жестких и мягких ударов, если кривая аналогов ускорений в начале фазы начинается с нуля, плавно изменяется, достигая амплитудного значения, затем убывает до нуля, переходит в отрицательную область значений, достигая максимума при отрицательных величинах, и в конце фазы ее значение становится равным нулю (например, изображенная на рис. 4.5, синусоидальная кривая). В этом случае движения кинематические диаграммы строятся по следующим выражениям:

– для фазы удаления

$$S_1 = h \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_y} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi_1 \right); \quad (4.11)$$

$$V_{\varphi_1} = \frac{h}{\varphi_y} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi_1 \right); \quad (4.12)$$

$$a_{\varphi_1} = \frac{2\pi h}{\varphi_y^2} \sin \frac{2\pi}{\varphi_y} \varphi_1; \quad (4.13)$$

– для фазы сближения

$$S_3 = h \left(1 - \frac{\varphi_3}{\varphi_c} + \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\varphi_c} \varphi_3 \right); \quad (4.14)$$

$$V_{\varphi_3} = -\frac{h}{\varphi_c} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\varphi_c} \varphi_3 \right); \quad (4.15)$$

$$a_{\varphi_3} = -\frac{2\pi h}{\varphi_c^2} \sin \frac{2\pi}{\varphi_c} \varphi_3. \quad (4.16)$$

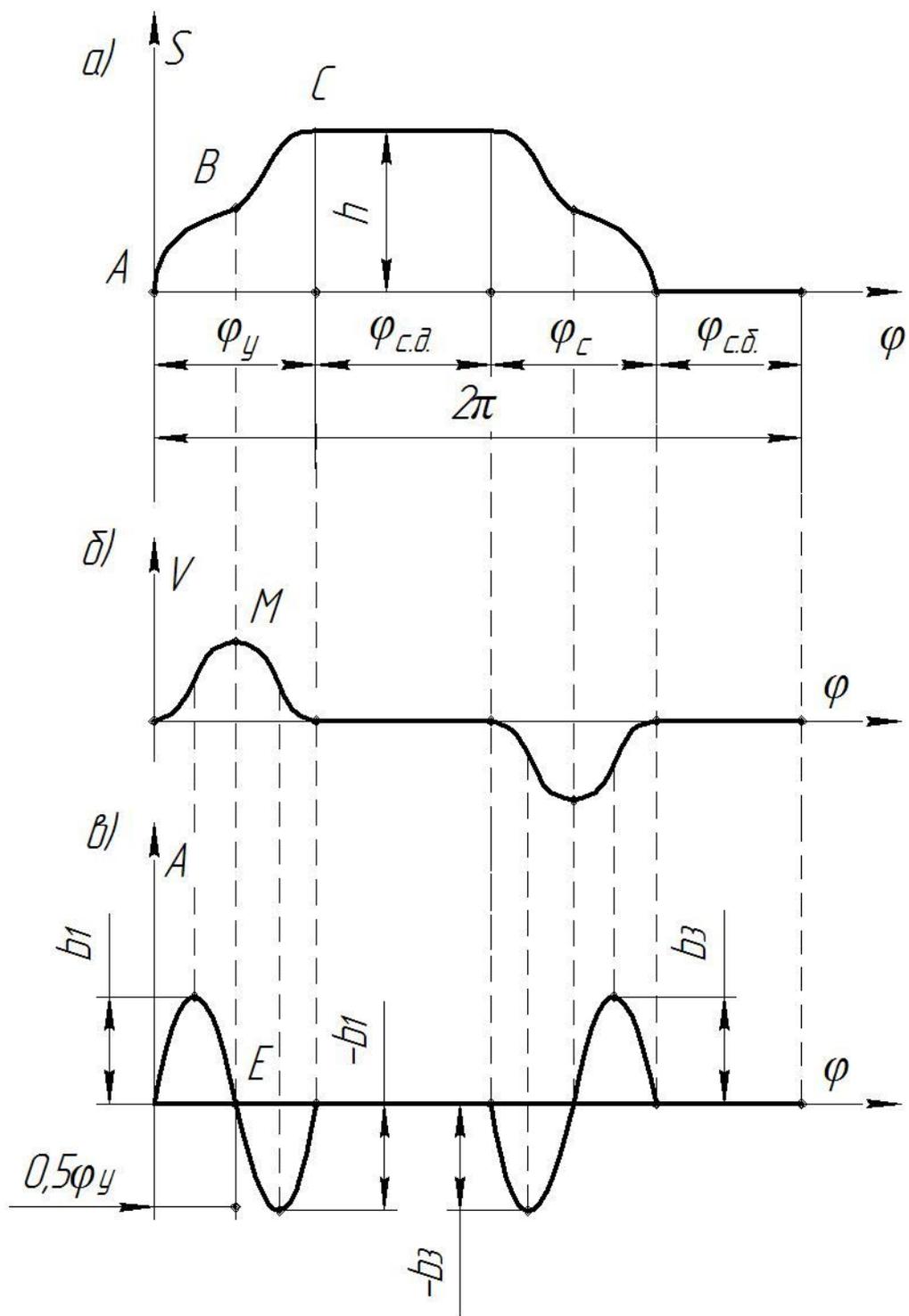


Рис. 4.5. Синусоидальный закон изменения ускорения ведомого звена кулачкового механизма

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Определение фазовых углов. Построение цикловой диаграммы работы механизма

С некоторым приближением принимаем, что профильные углы кулачков, соответствующие изменению радиусов–векторов рабочего профиля на фазах удаления и сближения, равны фазовым углам. Устанавливаем толкатель в такое положение, при котором центр ролика (т. В) занимает самое ближнее положение к оси вращения кулачка (рис. 4.6 и 4.7). При этом стрелка толкателя 7 на шкале 9 указывает на 0. Записываем начальное положение стрелки на кулачке 4 на шкале 5 кулачка. Поворачиваем кулачок 1 за рукоятку 2, при этом толкатель 8 будет удаляться от оси вращения кулачка, что фиксируется движением стрелки толкателя 7 по шкале 9. Записываем вновь показания стрелки на кулачке 4 на шкале 5 кулачка. Разница между второй и первой записью составляет величину профильного угла θ_y , которая соответствует удалению толкателя от оси вращения кулачка. Принимаем $\varphi_y = \theta_y$.

Продолжаем вращать кулачок рукояткой 2 до момента начала движения стрелки толкателя 7 в обратном направлении, записывая при этом показания стрелки на кулачке 4 на шкале 5 кулачка. Угол поворота кулачка, при котором толкатель не двигался, выстаивал в наиболее удаленном положении, будет $\theta_{c.d.} = \varphi_{c.d.}$. Продолжаем вращать кулачок – стрелка толкателя 7 движется к центру вращения кулачка. Записываем показания по шкале 9 толкателя (стрелка установилась на 0) и по шкале 5 кулачка. За время движения толкателя из наиболее удаленного положения в нулевое кулачок повернется на угол $\theta_c = \varphi_c$. При дальнейшем движении кулачка толкатель выстаивает в положении 0. Записываем величину угла поворота кулачка, который соответствует нижнему положению толкателя, т.е. получаем $\theta_{c.b.} = \varphi_{c.b.}$. Используя найденные значения углов φ_y , $\varphi_{c.d.}$, φ_c , $\varphi_{c.b.}$, строим цикловую диаграмму работы механизма. По

оси абсцисс откладываем угол поворота кулачка с масштабным коэффициентом μ_φ , а по оси ординат – линейное или угловое перемещение толкателя с произвольным масштабным коэффициентом μ_S или μ_ψ . Зависимости $S(\varphi)$ или $\psi(\varphi)$ представляем в виде прямой линии, т.к. законы движения толкателя на фазах удаления и сближения пока не изучались (см. рис. 4.2).

2. Построение диаграммы линейного или углового ускорения толкателя в зависимости от угла поворота кулачка

А. Толкатель совершает поступательное движение (см. рис. 4.6).

Фазовые углы φ_y и φ_c делим на равные части с выбранным интервалом φ_1 и φ_3 . Принимаем за начало отсчета нижнее положение толкателя (0 на шкале 9), последовательно поворачиваем кулачок на угол φ_1 , записываем показания стрелки толкателя 7 на шкале 9 в миллиметрах – φ_1 изменяется в пределах $\varphi_y \geq \varphi_1 \geq 0$ (фаза удаления); аналогично – на фазе сближения $\varphi_c \geq \varphi_3 \geq 0$. Полученные результаты заносим в табл. 4.1.

Выбрав систему координат $SO\varphi$ с масштабными коэффициентами $\mu_S \left(\frac{м}{мм} \right)$ и $\mu_\varphi \left(\frac{град}{мм} \right)$, строим график зависимости перемещения толкателя от угла поворота кулачка на фазах удаления и сближения.

Таблица 4.1

Значения углов поворота кулачка
и перемещений центра ролика толкателя

Фаза удаления							Фаза сближения							
φ_1 , град							φ_3 , град							
S_1 , мм							S_3 , мм							

Б. Толкатель совершает вращательное движение (см. рис. 4.7). В этом случае экспериментальным методом строим график зависимости угла поворота толкателя ψ от угла поворота кулачка φ аналогично п. А. Полученные результаты заносим в табл. 4.2.

Выбрав систему координат $\psi O \varphi$ с масштабными коэффициентами $\mu_\varphi \left(\frac{\text{град}}{\text{мм}} \right)$ и $\mu_\psi \left(\frac{\text{град}}{\text{мм}} \right)$, строим график зависимости углового перемещения коромысла от угла поворота кулачка на фазах удаления и сближения.

В выбранных осях координат с теми же масштабными коэффициентами μ_φ и μ_ψ строим графики $\psi = f(\varphi)$, используя формулы (4.1), (4.2), (4.5), (4.6), (4.11), (4.12), для принятых к рассмотрению законов движения толкателя – линейного, косинусоидального, синусоидального. Сравниваем полученные графики с экспериментальными. Выбираем для дальнейшего рассмотрения тот закон движения, который наиболее близко согласуется с экспериментальными данными.

Таблица 4.2

Значения углов поворота кулачка и толкателя
на фазах удаления и сближения

Фаза удаления							Фаза сближения						
φ_1 , град							φ_3 , град						
ψ_1 , град							ψ_3 , град						

3. Построения графиков изменения скоростей (угловых скоростей) и ускорений (угловых ускорений) толкателя

Приняв, что результаты экспериментов, удовлетворяют одному из заданных в аналитической форме законов движения: линейному, косинусоидальному или синусоидальному, пользуясь приведенными зависимостями: для $V_{\varphi 1}$ – (4.3), (4.6) или (4.12); для $V_{\varphi 3}$ – (4.4), (4.9) или (4.15), строим графики аналогов скоростей (угловых скоростей) для фаз удаления и сближения толкателя. Графики аналогов ускорений (угловых ускорений) строим, пользуясь зависимостями: для $a_{\varphi 1}$ – (4.7) или (4.13); для $a_{\varphi 3}$ – (4.10) или (4.16), для фаз удаления или сближения с выбранными масштабными коэффициентами $\mu_{V\varphi}$, $\mu_{a\varphi}$ и μ_{φ} . По характеру изменения аналогов ускорений делаем выводы о наличии ударов в кулачковом механизме предложенного макета.

ФОРМА ОТЧЕТА

1. Краткие теоретические сведения о кулачковых механизмах.
2. Схема и описание выданного макета механизма.
3. Циклограмма работы механизма.
4. Графики перемещения толкателя для линейного, косинусоидального и синусоидального законов движения толкателя.
5. Экспериментальный график перемещения толкателя.
6. Вывод о законе движения толкателя, который аналитически описывает характер перемещения толкателя.
7. Графики изменения аналогов скоростей и ускорений толкателя на фазах удаления и сближения.
8. Выводы о наличии ударов при работе кулачкового механизма.

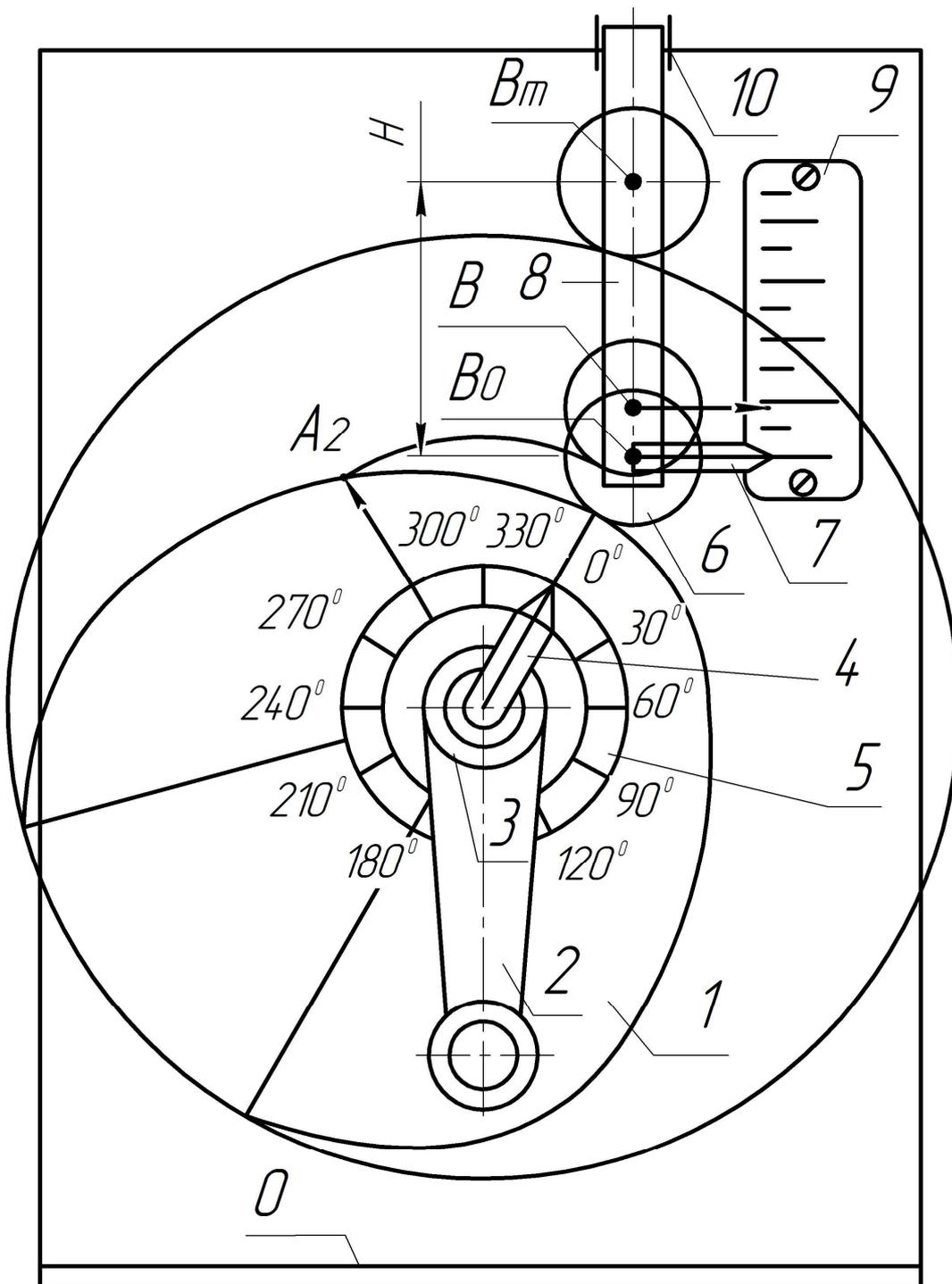


Рис. 4.6. Схема кулачкового механизма с толкателем, движущимся поступательно:

0 – стойка; 1 – кулачок; 2 – рукоятка; 3 – ось; 4 – стрелка на кулачке;
 5 – шкала кулачка; 6 – ролик; 7 – стрелка толкателя; 8 – толкатель; 9 – шкала толкателя; 10 – направляющая

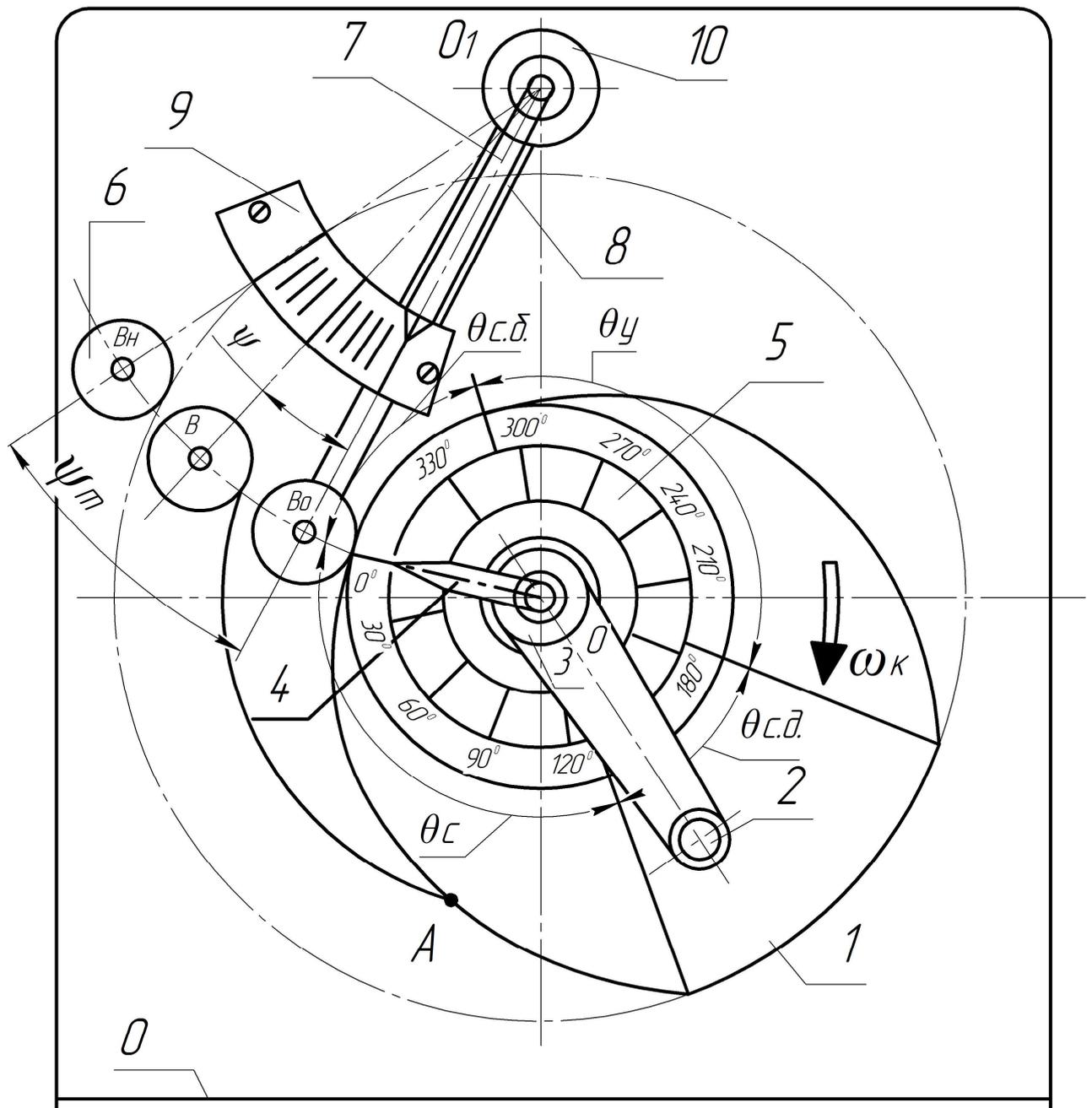


Рис. 4.7. Схема кулачкового механизма с коромысловым толкателем:
 0 – стойка; 1 – кулачок; 2 – рукоятка; 3 – ось; 4 – стрелка на кулачке;
 5 – шкала кулачка; 6 – ролик; 7 – стрелка толкателя;
 8 – толкатель; 9 – шкала толкателя; 10 – ось коромысла

ВОПРОСЫ ПО РАБОТЕ

1. Каковы задачи кинематического анализа кулачковых механизмов?
2. Что называется кулачковым механизмом?
3. Назвать основные виды кулачковых механизмов.

Лабораторная работа №5

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕНТРОВ ТЯЖЕСТИ И МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ МАСС ЗВЕНЬЕВ (ГЕОМЕТРИЯ МАСС)

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Геометрическое расположение массы звена, двигающегося в плоскости, характеризуется следующими механическими параметрами: весом звена P , или его массой m (мера инертности тела при его поступательном движении); положением центра тяжести S звена; моментом инерции массы I звена (мера инертности тела при его вращательном движении):

$$I = \int_0^m \rho^2 dm, \quad (5.1)$$

где ρ – расстояние элементарной массы до оси вращения.

СПОСОБЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕНТРОВ МАСС ЗВЕНЬЕВ

На практике наиболее распространены следующие способы:

- 1) с помощью весов;
- 2) с помощью призмы;
- 3) двукратным подвешиванием;
- 4) статическим равновесием.

Описание указанных способов приведено в практической части.

СПОСОБЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ МАСС ЗВЕНЬЕВ

На практике наиболее распространены следующие способы:

- 1) способ монофиляра (одноточный подвес);
- 2) способ бифиляра (двухточный подвес);
- 3) способ физического маятника;
- 4) способ инерционного разбега (падающего груза).

1. СПОСОБ МОНОФИЛЯРА

Способ монофиляра применяется для определения динамических моментов инерции массы симметричных деталей (рис. 5.1).

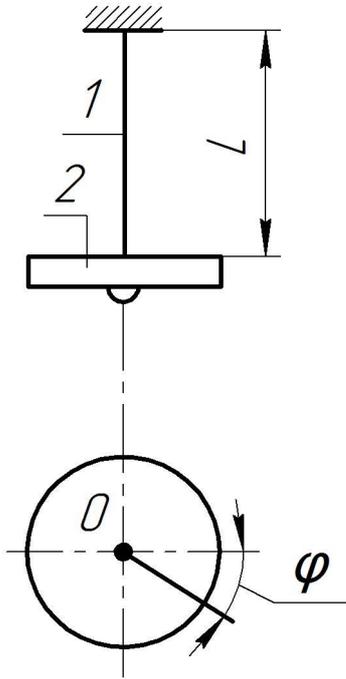


Рис. 5.1

Упругая проволока 1 крепится одним концом к неподвижной опоре вверху, а на другой конец подвешивается деталь 2.

Всей системе сообщаются крутильные колебания. Период колебания детали определится из условий взаимодействия сил инерции детали и сил упругости закручиваемой проволоки.

На основании принципа Даламбера можно записать уравнение равновесия между крутящим моментом сил упругости металлической проволоки M_k и моментом сил инерции детали M_u :

$$M_k + M_u = 0. \quad (5.2)$$

Из курса «Сопротивление материалов» известно, что угол закручивания проволоки равен:

$$\varphi = -\frac{M_k L}{GI_\rho}, \quad (5.3)$$

где M_k – крутящий момент сил упругости проволоки;

G – модуль упругости при сдвиге материала проволоки;

I_ρ – полярный момент инерции сечения проволоки;

L – длина проволоки.

Знак « - » в формуле (5.3) показывает, что угол закручивания и момент упругих сил проволоки противоположны по знаку.

Из формулы (5.3) видно:

$$M_k = -\frac{GI_\rho}{L}\varphi. \quad (5.4)$$

В свою очередь известно:

$$M_u = -I_{дет} \varepsilon = -I_{дет} \ddot{\varphi}, \quad (5.5)$$

где $I_{дет}$ – момент инерции массы детали относительно оси, проходящей через точку O (см. рис.5.1);

ε – угловое ускорение детали;

φ – угол поворота детали, равный углу закручивания проволоки.

Подставляя выражения (5.4) и (5.5) в формулу (5.2) и меняя знаки,

получим:

$$I_{дет} \ddot{\varphi} + \frac{GI_{\rho}}{L} \varphi = 0. \quad (5.6)$$

Разделив обе части уравнения (5.6) на $I_{дет}$, будем иметь:

$$\ddot{\varphi} + \frac{GI_{\rho}}{I_{дет}L} \varphi = 0. \quad (5.7)$$

Положив $\frac{GI_{\rho}}{I_{дет}L} = k^2$, получим следующее дифференциальное уравнение

гармонического колебания:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0. \quad (5.8)$$

Решение (то есть интеграл) уравнения (5.8) примет вид:

$$\varphi = A \cos(kt) + B \sin(kt). \quad (5.9)$$

Постоянные интегрирования A и B определяются по начальным данным. За начало отсчета времени примем тот момент, когда деталь занимает одно из крайних положений.

При $t=0$ $\varphi = \varphi_0$; $\dot{\varphi} = 0$; $A = \varphi_0$.

Взяв первую производную от φ по t :

$$\dot{\varphi} = -Ak \sin(kt) + Bk \cos(kt) \quad (5.10)$$

и подставив начальные данные, найдем: $B = 0$.

Внося начальные данные A и B в формулу (5.9), получим:

$$\varphi = \varphi_0 \cos(kt), \quad (5.11)$$

где φ_0 – начальный угол отклонения детали;

k – частота колебаний;

t – время.

При $t=T$ и $\varphi = \varphi_0$,
 где T – период колебаний;
 φ – угол закручивания,

равенство (5.11) можно представить в следующем виде:

$$\varphi_0 = \varphi_0 \cos(kT). \quad (5.12)$$

Это соответствует равенству $\cos(kT) = 1$, или $kT = 2\pi$,

откуда
$$k^2 T^2 = 4\pi^2. \quad (5.13)$$

Подставим значение k^2 в уравнение (5.13):

$$\frac{GI_\rho}{I_{дет}L} T^2 = 4\pi^2. \quad (5.14)$$

Тогда
$$I_{дет} = \frac{GI_\rho}{4\pi^2 L} T^2. \quad (5.15)$$

2. СПОСОБ БИФИЛЯРА

Для определения моментов инерции массы симметричных деталей (звеньев) также применяется способ бифиляра.

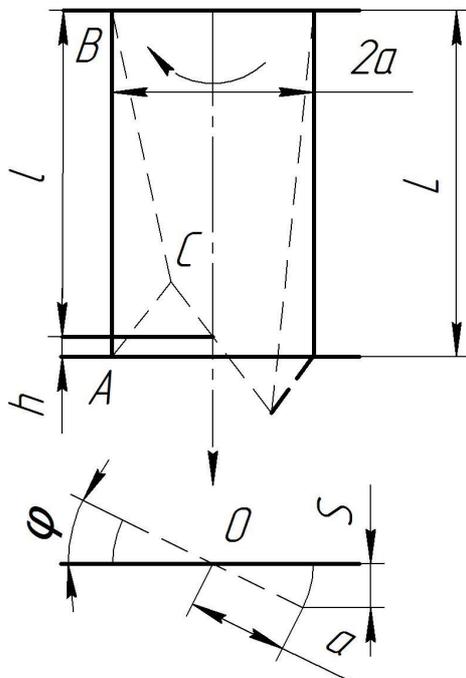


Рис. 5.2

Бифилярный подвес (рис. 5.2) представляет собой маятник, состоящий из двух нитей (металлических проволок), равномерно нагруженных симметрично подвешенной деталью.

Детали придается колебательное движение относительно оси, проходящей посередине между нитями.

При повороте подвешенной детали на угол φ нити перекашиваются, вследствие чего тело весом G поднимается на высоту h .

На основании закона сохранения энергии:

$$Gdh = I\ddot{\varphi}d\varphi = M_u d\varphi, \quad (5.16)$$

где M_u – момент силы инерции;

I – момент инерции массы системы.

После поворота детали на угол φ получим: $l = L - h$. (5.17)

Из треугольника ABC: $l^2 = L^2 - S^2$.

В свою очередь, $S = 2a \sin(\frac{\varphi}{2})$. (5.18)

Следовательно, $l^2 = L^2 - 4a^2 \sin^2(\frac{\varphi}{2})$. (5.19)

Дифференцируя уравнение (5.19) по углу φ , найдем:

$$2l \frac{dl}{d\varphi} = -4a^2 2 \sin(\frac{\varphi}{2}) \cos(\frac{\varphi}{2}) \frac{1}{2} \frac{d\varphi}{d\varphi} \quad (5.20)$$

или $l dl = -2a^2 \sin(\frac{\varphi}{2}) \cos(\frac{\varphi}{2}) d\varphi$. (5.21)

Но $2 \sin(\frac{\varphi}{2}) \cos(\frac{\varphi}{2}) = \sin \varphi$, (5.22)

значит $dl = -\frac{a^2 \sin(\varphi) d\varphi}{l}$, (5.23)

где $dl = dh$. (5.24)

Подставив (5.23) в (5.16), будем иметь:

$$-G \frac{a^2 \sin \varphi}{l} d\varphi = M_u d\varphi. \quad (5.25)$$

При значительной длине нити и малых углах колебания можно положить, что $l \approx L$ и $\sin \varphi \approx \varphi$.

Тогда выражение (5.13) запишется так:

$$-\frac{Ga^2 \varphi}{L} = M_u = I\ddot{\varphi} \quad (5.26)$$

или $I\ddot{\varphi} + \frac{Ga^2 \varphi}{L} = 0$. (5.27)

Разделив выражение (5.27) на I , получим:

$$\ddot{\varphi} + \frac{Ga^2}{IL} \varphi = 0. \quad (5.28)$$

Положим

$$\frac{Ga^2}{IL} = k^2, \quad (5.29)$$

где $k = \sqrt{\frac{Ga^2}{IL}}$.

В этом случае уравнение (5.28) примет вид:

$$\ddot{\varphi} + k^2 \varphi = 0. \quad (5.30)$$

Из предыдущего известно, что

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{IL}{Ga^2}}. \quad (5.31)$$

Отсюда

$$I = \frac{Ga^2 T^2}{4\pi^2 l} \quad (5.32)$$

Так как деталь крепится к оправе бифиляра, имеющей момент инерции I_0 , выражение (5.32) запишется так:

$$I = I_{дет} + I_0 = \frac{Ga^2 T^2}{4\pi^2 l}, \quad (5.33)$$

где $G = G_{дет} + G_0$. (5.34)

Следовательно, $I = I_{дет} + I_0$. (5.35)

3. СПОСОБ ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

Физическим маятником называется твердое тело, которое может совершать колебания вокруг неподвижной горизонтальной оси под действием силы тяжести.

Дифференциальное уравнение вращательного движения твердого тела (рис. 5.3) имеет вид:

$$M = -I_{дет} \ddot{\varphi} = -Gl \sin \varphi, \quad (5.36)$$

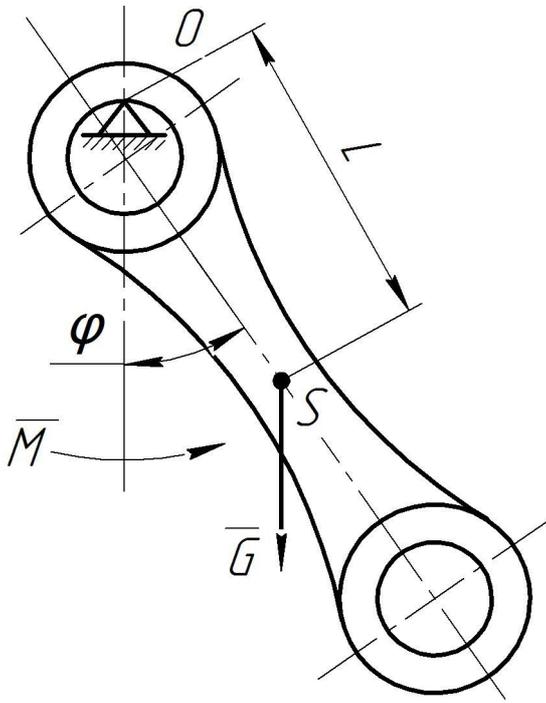


Рис. 5.3

где $I_{дет}$ – момент инерции детали относительно оси, проходящей через точку O.

Знак « - » показывает, что направление момента M противоположно положительному направлению отсчета угла φ .

При малых углах отклонение (не более 10^0) можно допустить $\sin \varphi \approx \varphi$.

Тогда формулу (5.36) запишем в виде:

$$I_{дет}\ddot{\varphi} + Gl\varphi = 0 \quad (5.37)$$

или

$$\ddot{\varphi} + \frac{Gl}{I_{дет}}\varphi = 0. \quad (5.38)$$

Положив $\frac{Gl}{I_{дет}} = k^2$, будем иметь:

$$\ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0. \quad (5.39)$$

Так как

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi\sqrt{\frac{I_{дет}}{Gl}}, \quad (5.40)$$

получим:

$$I_{дет} = \frac{Gl}{4\pi^2}T^2. \quad (5.41)$$

Эксперимент сводится к определению периода колебания T . Момент инерции массы испытываемой детали относительно оси, проходящей через центр тяжести S , равен:

$$I_S = I_{дет} - ml^2. \quad (5.42)$$

4. СПОСОБ ИНЕРЦИОННОГО РАЗБЕГА (ПАДАЮЩЕГО ГРУЗА)

Деталь 1, момент инерции которой необходимо определить, крепится к оправе прибора (рис. 5.4).

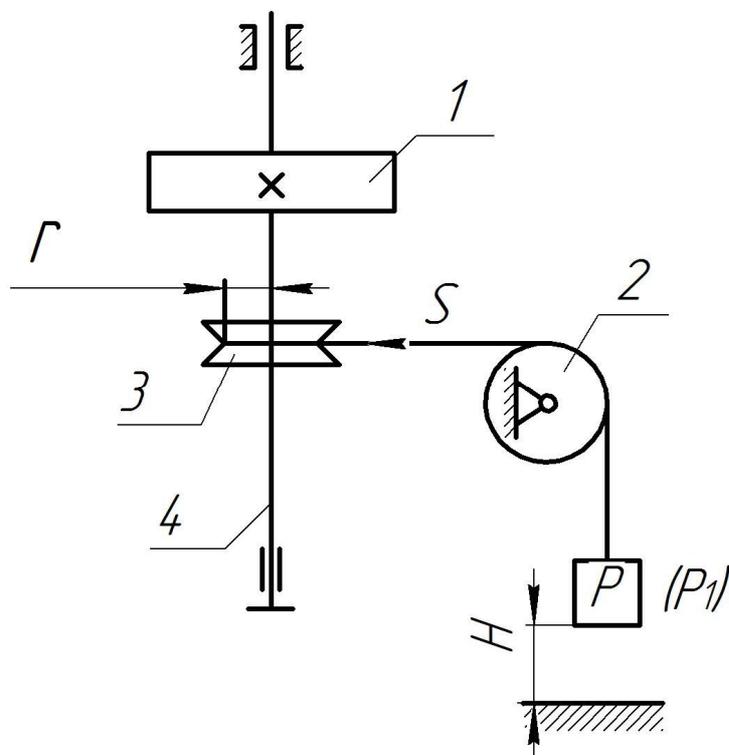


Рис. 5.4

Гибкий трос, перекинутый через блок 2, одним концом навивается на блок 3, укрепленный на валу 4, а другим концом крепится к грузу P .

Под действием груза P , падающего с высоты H , вал с деталью приводится во вращение и постепенно ускоряет свое движение.

При падении груза P измеряют время t . Здесь имеется два вида движения: поступательное (груза) и вращательное (детали с оправой).

Составим два уравнения:

1) при поступательном движении груза P с массой m :

$$P - S = ma; \quad (5.43)$$

2) при вращательном движении детали с оправой:

$$Sr\eta - M_{cm} = I\varepsilon, \quad (5.44)$$

где S – натяжение троса;

η – КПД блока 2;

M_{cm} – момент сил трения в пяте и подшипнике вала;

I – момент инерции детали совместно с оправой прибора;

$$\varepsilon = \frac{a}{r}.$$

Из выражения (5.43) имеем:

$$S = P - ma. \quad (5.45)$$

Подставим формулу (5.45) в уравнение (5.44):

$$Pr\eta - mar\eta - M_{cm} = I \frac{a}{r}$$

или

$$I \frac{a}{r} - Pr\eta + mar\eta + M_{cm} = 0. \quad (5.46)$$

Для исключения M_{cm} проводим второй эксперимент с грузом P_1 .

В результате получим:

$$I \frac{a_1}{r} - P_1 r \eta + m_1 a_1 r \eta + M_{cm} = 0. \quad (5.47)$$

Совместно решая уравнения (5.47) и (5.46), будем иметь:

$$I = \frac{r\eta}{a - a_1} (P - P_1 + ma + m_1 a_1). \quad (5.48)$$

Так как

$$m = \frac{P}{g}; \quad m_1 = \frac{P_1}{g}, \quad (5.49)$$

найдем:

$$I = \frac{r^2 \eta}{a - a_1} \left[P \left(1 - \frac{a}{g} \right) - P_1 \left(1 - \frac{a_1}{g} \right) \right]. \quad (5.50)$$

В результате

$$I_{\text{дем}} = I - I_0, \quad (5.51)$$

где I_0 – момент инерции массы прибора.

Следовательно,
$$I_{\text{дем}} = \frac{r^2 \eta}{a - a_1} \left[P \left(1 - \frac{a}{g} \right) - P_1 \left(1 - \frac{a_1}{g} \right) \right] - I_0. \quad (5.52)$$

Принимая движение грузов равноускоренным, запишем:

$$H = \frac{at^2}{2} = \frac{a_1 t_1^2}{2}; \quad a = \frac{2H}{t^2}; \quad a_1 = \frac{2H}{t_1^2}. \quad (5.53)$$

Зная t и t_1 , определим a и a_1 , после чего найдем $I_{\text{дем}}$. Величина I_0 может быть определена методом бифиляра или по уравнению (5.50).

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: получить практические навыки в определении положения центра тяжести и момента инерции массы детали.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Определить положение центра масс испытуемой детали:
 - а) с помощью весов;
 - б) двукратным подвешиванием;
 - в) с помощью призмы;
 - г) способом статического равновесия.
2. Определить момент инерции массы испытуемой детали:
 - а) способом монофиляра;
 - б) способом бифиляра;
 - в) способом физического маятника;
 - г) способом инерционного разбега (падающего груза).

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС ДЕТАЛИ

- а) Определение положения центра масс с помощью весов

Данный способ применяется для деталей (звеньев), симметричных относительно продольной оси (рис. 5.5).

Уравнение суммы моментов действующих сил относительно точки А имеет вид: $\sum M_A = Ga - Nl = 0$.

$$\text{Отсюда } a = \frac{Nl}{G}. \quad (5.54)$$

Дано: $G = 28,95 \text{ Н}$ (или $2,89 \text{ кг}$) – вес детали; $l = 90 \text{ см}$ – расстояние между призмами.

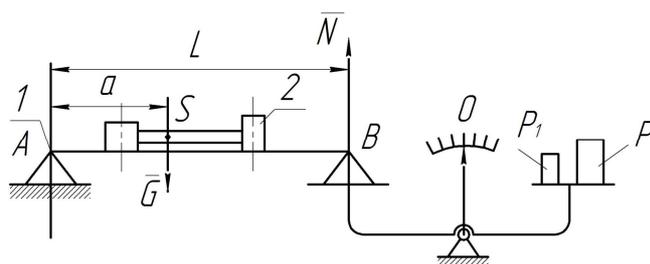


Рис. 5.5

На рис. 5.5 обозначено:
 1 – металлическая линейка;
 2 – деталь;
 P_1 – гирька, уравнивающая линейку;
 N – реакция от веса детали 2;
 P – вес гири, уравнивающей деталь.

Кладем линейку 1 на призмы A и B ; гирькой P_1 уравниваем линейку. На линейку помещаем деталь 2 и уравниваем весы грузом P . По формуле (5.54) находим положение центра тяжести S детали. Найденное положение центра тяжести детали проверить с помощью призмы.

б) Определение положения центра масс двукратным подвешиванием

Данный способ применяется для деталей сложной формы.

Подвешиваем деталь втулкой A на призму, с помощью отвеса отмечаем линию центра тяжести AX (рис. 5.6). Затем, подвесив деталь втулкой B на призму, фиксируем новую линию центра тяжести BV . Пересечение двух линий AX и BV определяет положение центра тяжести детали – т. S , которая может находиться и за контурами детали.

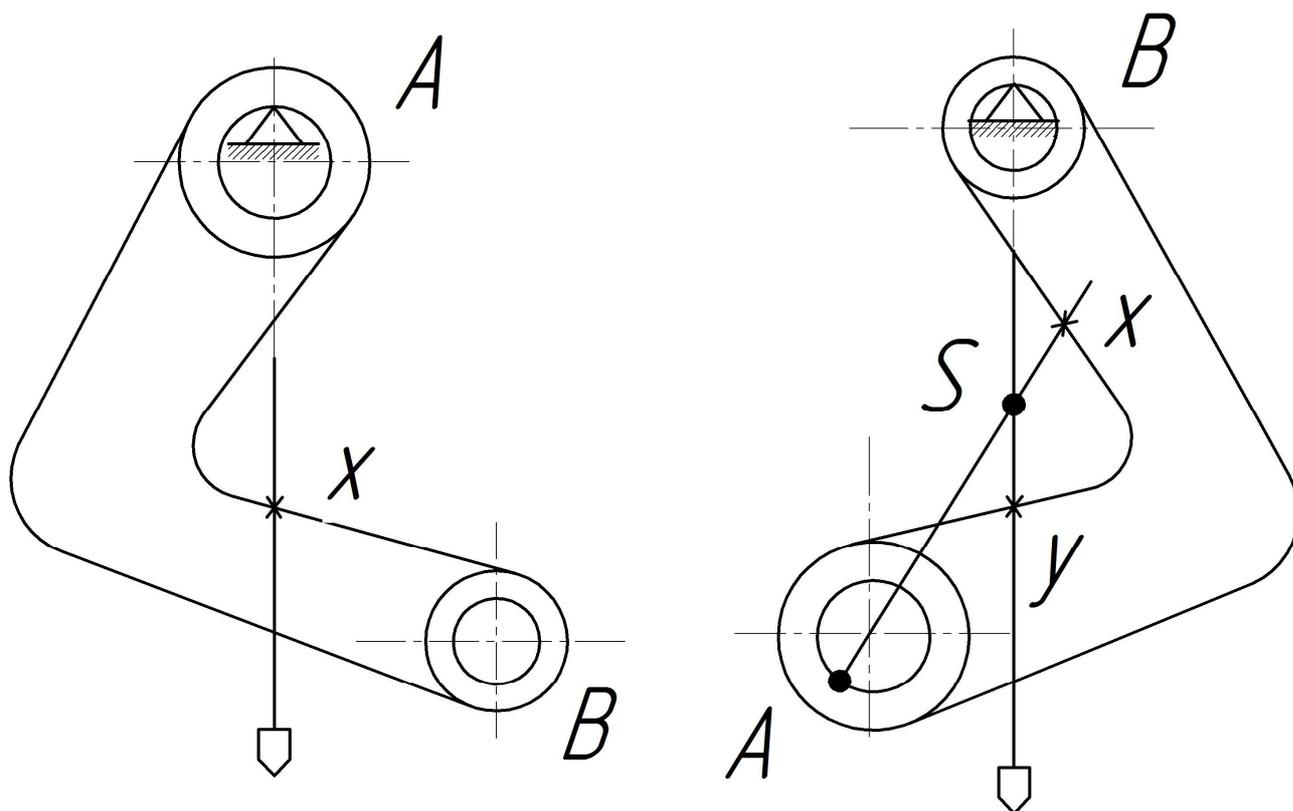


Рис. 5.6

в) Определение положения центра масс с помощью призмы

Рассматриваемый способ применяется для деталей симметричной формы относительно продольной оси.

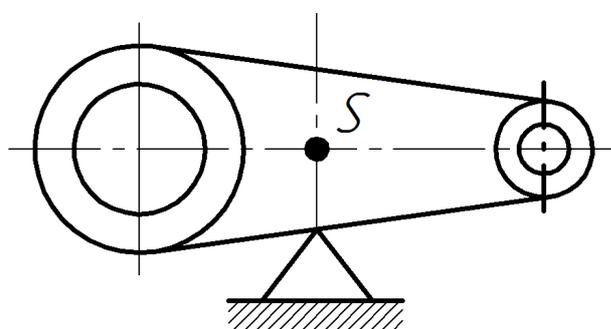


Рис. 5.7

Добиваемся равновесия детали, измеряем расстояние L , определяющее положение центра масс (рис. 5.7).

г) Определение центра масс способом статического равновесия

Данный способ применяется для массивных деталей (рис. 5.8).

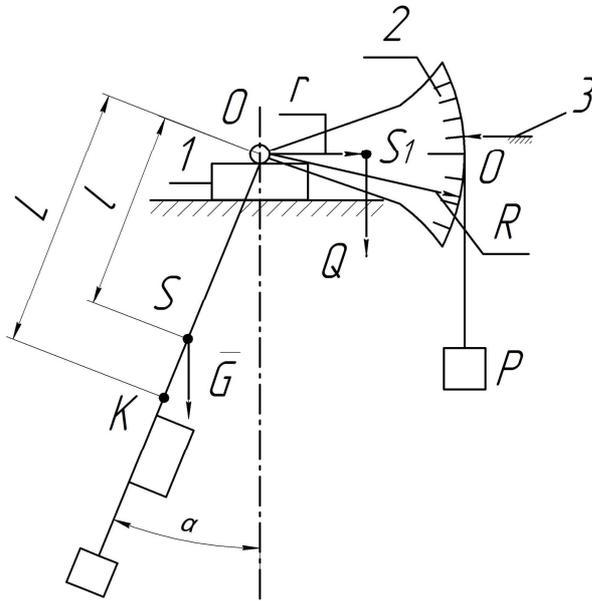


Рис. 5.8

На рис. 5.8 обозначено:

- 1 – призмы;
- 2 – сектор с делениями в градусах;
- 3 – стрелка; 4 – гибкий трос;
- 5 – рычаг; 6 – деталь;
- O – ось вращения детали;
- P – вес груза; Q – вес сектора;
- α – угол отклонения детали под действием груза P; G – вес детали;
- S_1 – центр масс детали;
- R – плечо груза P;
- r – радиус-вектор центра масс сектора;
- K – центр масс детали с рычагом 5 в сборе.

Кладем деталь осью O на две призмы 1, стрелку 3 устанавливаем против нулевого деления на шкале сектора 2. К тросу 4 прикладываем груз P и отмечаем угол α . Центр тяжести S определяем из уравнения моментов действующих сил относительно т. O:

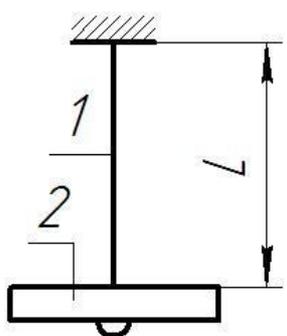
$$\sum M_0 = PR + Qr - Gl \sin \alpha = 0,$$

откуда

$$l = \frac{PR + Qr}{G \sin \alpha}.$$

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ МАСС ДЕТАЛИ

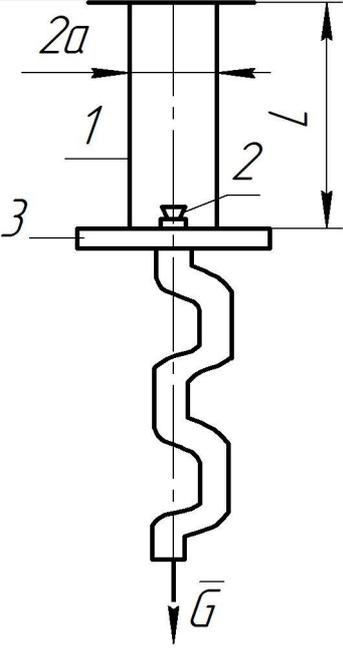
а) Определение момента инерции масс способом монофиляра

Схема установки и эскиз детали.			Параметры установки
 <p>1 - упругая проволока; 2 - деталь</p>			<p>1. Длина проволоки $L=40$ см.</p> <p>2. Диаметр проволоки $d= 0,02$ см.</p> <p>3. Полярный момент инерции сечения проволоки</p> $I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \dots \text{ см}^4.$ <p>4. Модуль упругости проволоки $E = 74,75 \cdot 10^{10}$ Н/м².</p>
Результаты наблюдений			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время 10 колебаний, с	Период одного колебания T , с	$I_{дет} = \frac{EI_p T^2}{4\pi^2 l}$
1.			$I_{дет} = \dots \text{ кг} \cdot \text{м}^2$
2.			
3.			
Среднее значение			

Этот способ применяется для симметричных деталей.

Деталь подвешиваем на приборе, центрируем, и определяем период T ее колебания (на основании данных трех замеров по 10 колебаний каждый). Затем по формуле рассчитываем момент инерции $I_{дет}$ детали относительно оси вращения.

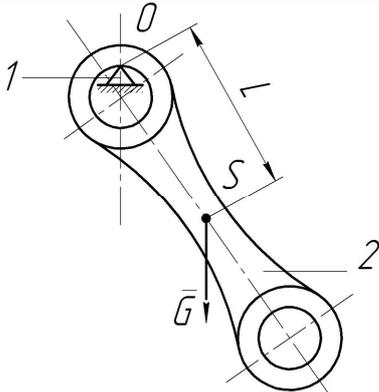
б) Определение момента инерции масс способом бифиляра

Схема установки и эскиз детали			Параметры установки
 <p>1 – проволока; 2– гайка; 3 – планка; 4 – деталь</p>			<ol style="list-style-type: none"> 1. Длина проволоки $L=490$ см. 2. Расстояние между проволоками $2a = 28$ см. 3. Вес детали $G = 15,3$ Н. 4. Вес оправки прибора (гайки и планки) $G_0 = 1,68$ Н . 5. Период колебания оправки прибора $T_0 = 2,3$ с. 6. Момент инерции оправки $I_0 = \frac{G_0 a^2}{4\pi^2 l} T_0^2 = \dots \text{кг}\cdot\text{м}^2$.
Результаты наблюдений			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время 10 колебаний детали и оправки, с	Период одного колебания T , с	$I_{дет} = \frac{(G + G_0)a^2}{4\pi^2 l} T^2 - I_0$
1.			$I_{дет} = \dots \text{кг}\cdot\text{м}^2$
2.			
3.			
Среднее значение			

Деталь, предварительно взвешенную, укрепляем на бифиляре и определяем период T одного колебания этой детали совместно с оправкой

прибора (на основании данных трех замеров по 20 колебаний каждый). Затем по формуле рассчитываем момент инерции $I_{дет}$ детали относительно оси вращения.

в) Определение момента инерции масс способом физического маятника

Схема установки и эскиз детали			Параметры детали
 <p>1 – призма; 2 – деталь</p>			<p>1. Расстояние до центра тяжести от точки подвеса детали</p> <p>$L = \dots\dots\dots$ см.</p> <p>2. Вес детали</p> <p>$G = \dots\dots$ Н.</p>
Результаты наблюдения			Расчетные формулы и результаты вычислений
№ п/п	Время 20 колебаний, с	Период одного колебания T, с	$I_{дет} = \frac{GL}{4\pi} T^2;$ $I_S = I_{дет} - mL^2$
1.			$I_{дет} = \dots \text{ кг}\cdot\text{м}^2$
2.			
3.			
Среднее значение			$I_S = \dots \text{ кг}\cdot\text{м}^2$

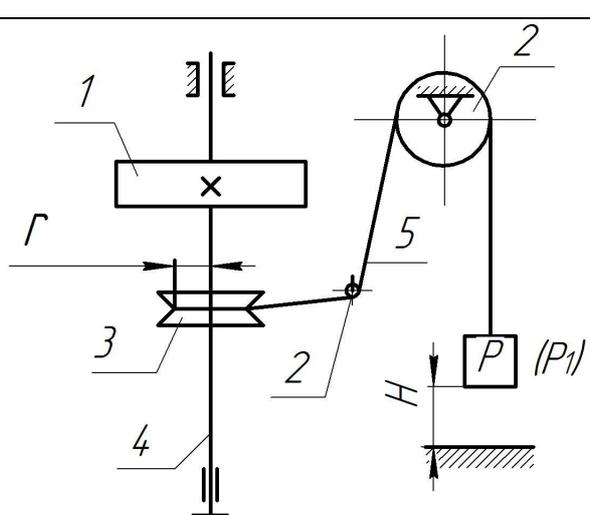
Этот способ применяется для определения момента инерции $I_{дет}$ несимметричных деталей.

Деталь подвешиваем на призме и определяем период T одного колебания (на основании данных трех замеров по 20 колебаний каждый). Затем по формуле рассчитываем момент инерции $I_{дет}$ относительно оси, проходящей

через точку подвеса, и относительно оси, проходящей через центр тяжести детали.

г) Определение момента инерции масс детали способом инерционного разбега (падающего груза)

Этот способ применяется для деталей, имеющих форму тел вращения.

Схема установки и эскиз детали		Параметры установки	
 <p>1 – деталь; 2 – направляющие блоки; 3 – блок; 4 – вал; 5 – гибкая связь</p>		<p>1. Высота падения грузов $H = 1$ м.</p> <p>2. Вес груза $P = 6,35$ Н и $P_1 = 6,25$ Н.</p> <p>3. Радиус блока $r = 2,5$ см.</p> <p>4. КПД направляющих блоков $\eta = 0,98$.</p> <p>5. Момент инерции оправки прибора $I_0 = \dots$ кг·м².</p>	
Результаты наблюдений		Расчетные формулы и результаты вычислений	
№ п/п	Время разгона, с		$I_{дет} = \frac{r^2 \eta}{a - a_1} \left[P \left(1 - \frac{a}{g} \right) - P_1 \left(1 - \frac{a_1}{g} \right) \right] - I_0;$ $a = \frac{2H}{t^2}; \quad a_1 = \frac{2H}{t_1^2}$
	при P	при P ₁	
1.			$a = \dots$ м/с ² ; $a_1 = \dots$ м/с ² ; $I_{дет} = \dots$ кг·м ²
2.			
3.			
Среднее значение	$t = \dots$ с	$t_1 = \dots$ с	

ВОПРОСЫ ПО РАБОТЕ

1. Какова цель определения центров масс и моментов инерции масс деталей?
2. Какие экспериментальные способы определения центров масс и моментов инерции масс деталей рассматриваются в лабораторной работе?
3. Методика определения центров тяжести масс при помощи призмы.
4. Методика определения центров тяжести масс двукратным подвешиванием.
5. Методика определения центров тяжести масс с помощью весов.
6. Методика определения моментов инерции масс способом монофиляра.
7. Методика определения моментов инерции масс способом бифиляра.
8. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом монофиляра.
9. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом бифиляра.
10. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом физического маятника.
11. Привести формулу для расчета момента инерции масс детали способом инерционного разбега.
12. Что такое центр масс тела?
13. Что такое момент инерции массы тела?
14. Что называется физическим маятником?
15. Что такое период колебаний твердого тела?
16. Назвать единицу измерения момента инерции массы тела.
15. На чем основана методика определения момента инерции массы детали способом монофиляра?
16. На чем основана методика определения момента инерции массы детали способом бифиляра?

Лабораторная работа №6
СТАТИЧЕСКАЯ И ДИНАМИЧЕСКАЯ БАЛАНСИРОВКА
ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

В технике применяют большое количество вращающихся звеньев (роторы электродвигателей, турбины, валы, зубчатые колеса и т.д.). Скорости машин непрерывно растут. Для роторов пневмопрядильных машин частота вращения достигает $150 \text{ тыс. мин}^{-1}$. Поэтому уравнивание вращающихся масс имеет важное значение.

Рассмотрим вращающееся звено 1 (рис. 6.1).

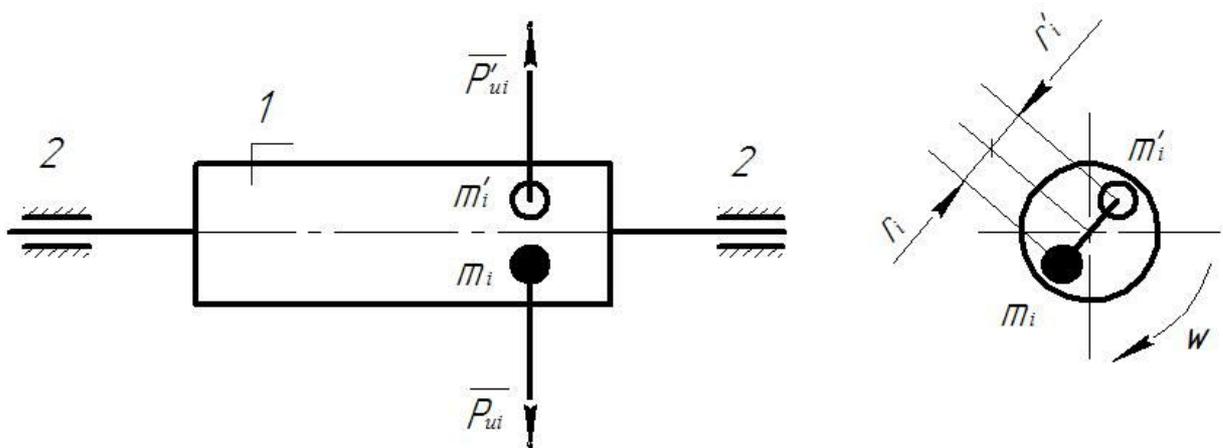


Рис. 6.1

При вращении звена 1 к каждой элементарной массе m_i приложена элементарная центробежная сила инерции:

$$\bar{P}_{ui} = m_i \cdot \bar{r}_i \cdot \omega^2. \quad (6.1)$$

Если звено 1 является идеальным телом вращения и ось вращения звена совпадет точно с геометрической осью тела, то такое звено полностью уравновешено, т.к. для каждой элементарной массы m_i , расположенной на

расстоянии r_i от оси вращения, всегда будет существовать в той же плоскости, но по другую сторону от оси вращения другая, равная ей масса m'_i , удаленная от оси на расстояние $r'_i = r_i$.

Центробежные силы инерции этих масс взаимно уравновешиваются, поэтому не будет сил, вызывающих дополнительные давления в подшипниках 2 звена 1.

В действительности получить такое идеальное звено невозможно: не точно заданные размеры, материал деталей неоднороден, звено может состоять из нескольких деталей или его форма может быть сложной. Вследствие этого не все центробежные силы инерции звена будут уравновешены.

Как известно из теоретической механики, такая пространственная неуравновешенная система сил приводится к главному вектору и главному моменту, которые необходимо определить. Для этого рассмотрим звено 1 с двумя плоскостями уравновешивания I, II (рис. 6.2).

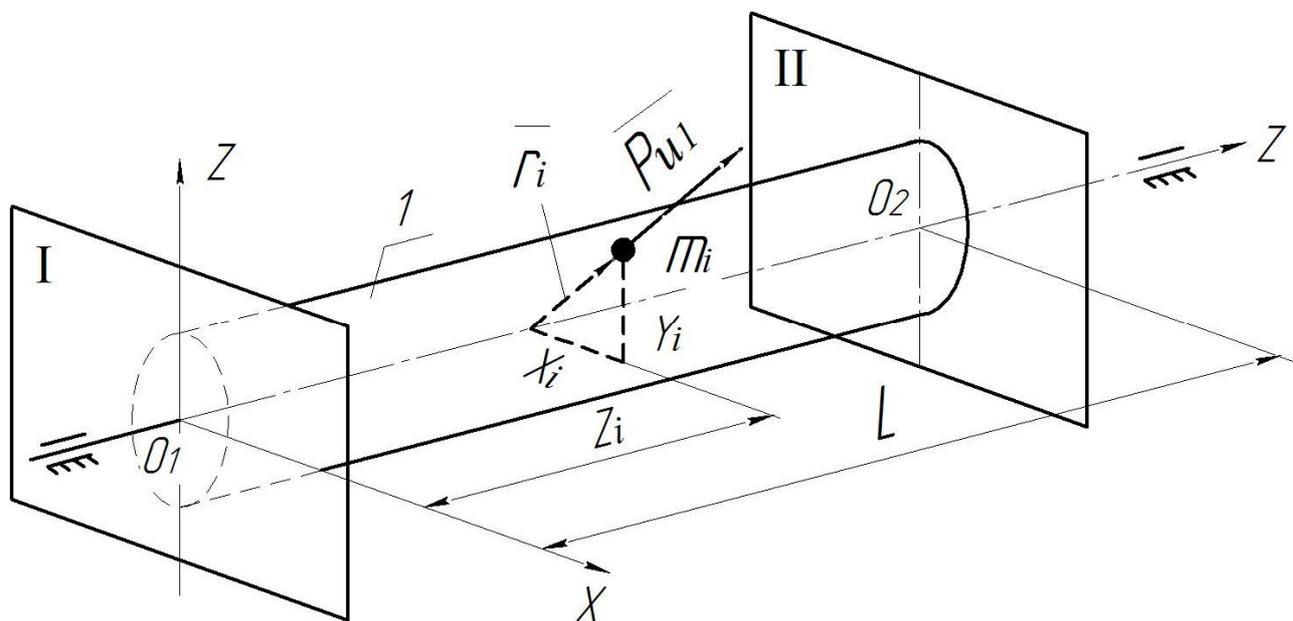


Рис. 6.2

При вращении звена 1 вокруг оси Z-Z с угловой скоростью ω каждая материальная частица m_i , взятая на расстоянии r_i от оси вращения, развивает

элементарную силу инерции P_{ui} .

Переносим систему сил P_{ui} в плоскость I и прикладываем их в точку O_1 пересечения оси Z с перпендикулярной к ней плоскостью I, получим в плоскости I систему сходящихся сил, геометрическая сумма которых определит главный вектор:

$$\bar{P}_u = \sum \bar{P}_{ui}, \quad (6.2)$$

и систему пар сил, векторная сумма моментов которых будет давать главный момент от сил инерции:

$$M_u = \sum Mu_i = \sum \bar{P}_i \cdot \bar{Z}_i. \quad (6.3)$$

Подставляя в равенства (6.3) и (6.2) значение P_{ui} из (6.1), получим:

$$\bar{P}_u = \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot \bar{r}_i; \quad (6.4)$$

$$\bar{M}_u = \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot \bar{r}_i \cdot \bar{z}_i. \quad (6.5)$$

Проектируя главный вектор \bar{P}_u и главный момент \bar{M}_u на оси координат, будем иметь:

$$\begin{aligned} P_{ux} &= \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot x_i = \omega^2 \cdot m \cdot x_s; \\ P_{uy} &= \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot y_i = \omega^2 \cdot m \cdot y_s; \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$P_{uz} = 0;$$

$$\begin{aligned} M_{ux} &= \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot y_i \cdot z_i = Y_{yz} \cdot \omega^2; \\ M_{uy} &= \omega^2 \cdot \sum m_i \cdot x_i \cdot z_i = Y_{xz} \cdot \omega^2; \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$M_{uz} = 0,$$

где x_s, y_s – координаты центра тяжести системы;

Y_{yz}, Y_{xz} – центробежные моменты инерции системы.

Сила \bar{P}_u может вызвать добавочные давления в кинематических парах, от которых эти давления передаются корпусу машины и фундаменту. Такие добавочные давления называются *динамическими*. Они непрерывно изменяют свое направление, так как вектор силы \bar{P}_u и вектор момента \bar{M}_u вращаются

вместе со звеном. Поэтому опоры и фундамент будут испытывать вибрацию и колебание, что особенно опасно при резонансных явлениях. Вот почему устранение этих добавочных давлений на опоры и фундамент является важной задачей современного машиностроения.

Из уравнений (6.6) и (6.7) видно, что вращающаяся система не оказывает динамического воздействия на опоры только в том случае, если центр тяжести системы находится на оси вращения $Z - Z$ и ось является главной центральной осью инерции. Такая вращающаяся система называется *уравновешенной*. Для нее характерно выполнение следующих условий:

$$\begin{aligned} x_s &= 0; \\ y_s &= 0; \end{aligned} \tag{6.8}$$

$$\begin{aligned} Y_{yz} &= 0; \\ Y_{xz} &= 0. \end{aligned} \tag{6.9}$$

Удовлетворение условий (6.8) и (6.9) и является задачей уравновешивания вращающихся масс.

Первые два равенства (6.8) относят к условиям статического уравновешивания, а равенства (6.9) – к условиям динамического уравновешивания системы.

Задача статического уравновешивания заключается в сведении центра тяжести системы к оси вращения. Такое уравновешенное звено будет находиться в состоянии равновесия при повороте его вокруг оси на любой угол.

Задача динамического уравновешивания состоит в сведении главной центральной оси $Z_1 - Z_1$ инерции к оси вращения $Z - Z$ системы (рис.6.3). Поэтому при динамическом уравновешивании устраняется смещение центра тяжести S звена от оси вращения $Z - Z$ (рис.6.4) и поворот его главной центральной оси $Z_1 - Z_1$ инерции по отношению к оси вращения $Z - Z$ (см. рис. 6.3), то есть достигается совмещение главной центральной оси инерции звена с осью его вращения. Это означает одновременное выполнение условий (6.8) и (6.9). Такое уравновешивание является полным. В некоторых случаях

ограничиваются только статическим уравниванием, которое допустимо при малой длине звена (шестерни, шкивы, маховики и т.д.) и невысокой угловой скорости его вращения.

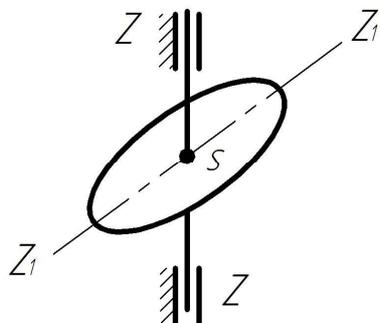


Рис. 6.3

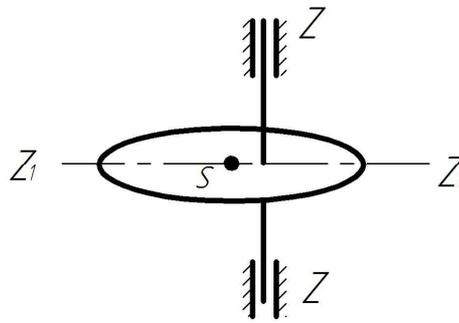


Рис. 6.4

На практике чаще всего динамическое уравнивание всей системы осуществляют с помощью двух противовесов.

Если условие (6.8) не будет соблюдено, то необходимо в плоскости приведения I (см. рис. 6.2) поставить противовес так, чтобы было выдержано условие:

$$\sum m_i \cdot \bar{r}_i + m_n \cdot \bar{r}_n = 0; \quad (6.10)$$

$$\sum G_i \cdot \bar{r}_i + G_n \cdot \bar{r}_n = 0, \quad (6.11)$$

где m_i – вращающаяся масса;

r_i – радиус–вектор центра тяжести неуравновешенной i -й массы;

m_n – масса противовеса;

r_n – радиус–вектор центра тяжести противовеса;

$G_n \cdot r_n$ – дисбаланс, являющийся мерой неуравновешенности системы.

При необходимости полного уравнивания системы, кроме главного вектора системы P_n , нужно уравновесить также главный момент \bar{M}_u сил от результирующей пары сил.

Одну из сил главного момента можно расположить в плоскости приведения I, другую – в любой плоскости II. Момент уравнивающей пары

должен быть равен главному моменту от пары сил инерции и направлен противоположно. Уравновешивание пары сил можно произвести двумя противовесами, расположенными в I и II плоскостях.

Таким образом, полное уравновешивание достигается установкой трех противовесов. Однако два из них находятся в плоскости I и могут быть заменены одним противовесом. В итоге задача полного уравновешивания вращающихся масс может быть решена постановкой двух противовесов, расположенных в двух произвольно выбранных плоскостях, перпендикулярных к оси вращения.

Условия полного уравновешивания можно достичь, если ввести в равенства (6.8) и (6.9) центробежные силы инерции и моменты от центробежных сил противовесов.

Пусть в плоскостях I и II массы противовесов соответственно m_I, m_{II} , а их центры тяжести определяются радиусами–векторами r_I, r_{II} . Тогда из уравнений (6.8) и (6.9), сокращая общий множитель ω^2 , получим:

$$\begin{aligned} \sum m_i \cdot \bar{r}_i + m_I \cdot \bar{r}_I + m_{II} \cdot \bar{r}_{II} &= 0; \\ \sum m_i \cdot \bar{r}_i \cdot \bar{z}_i + m_{II} \cdot \bar{r}_{II} \cdot \bar{z}_{II} &= 0. \end{aligned} \quad (6.12)$$

Заменим массы их весами, тогда условия полного уравновешивания системы можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \sum G_i \cdot \bar{r}_i + G_I \cdot \bar{r}_I + G_{II} \cdot \bar{r}_{II} &= 0; \\ \sum G_i \cdot \bar{r}_i \cdot \bar{z}_i + G_{II} \cdot \bar{r}_{II} \cdot \bar{z}_{II} &= 0. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Уравнения (6.11) и (6.13) назовем расчетными.

Пусть имеется звено I, а также в его плоскостях 1, 2, и 3, перпендикулярных к оси вращения, неуравновешенные массы m_1, m_2 и m_3 , центры тяжести которых заданы радиусами–векторами \bar{r}_1, \bar{r}_2 и \bar{r}_3 . Положение плоскостей 1, 2 и 3 относительно плоскости приведения I определяется соответственно координатами z_1, z_2 и z_3 , а положение масс – углами α_1, α_2 и α_3 (рис. 6.5).

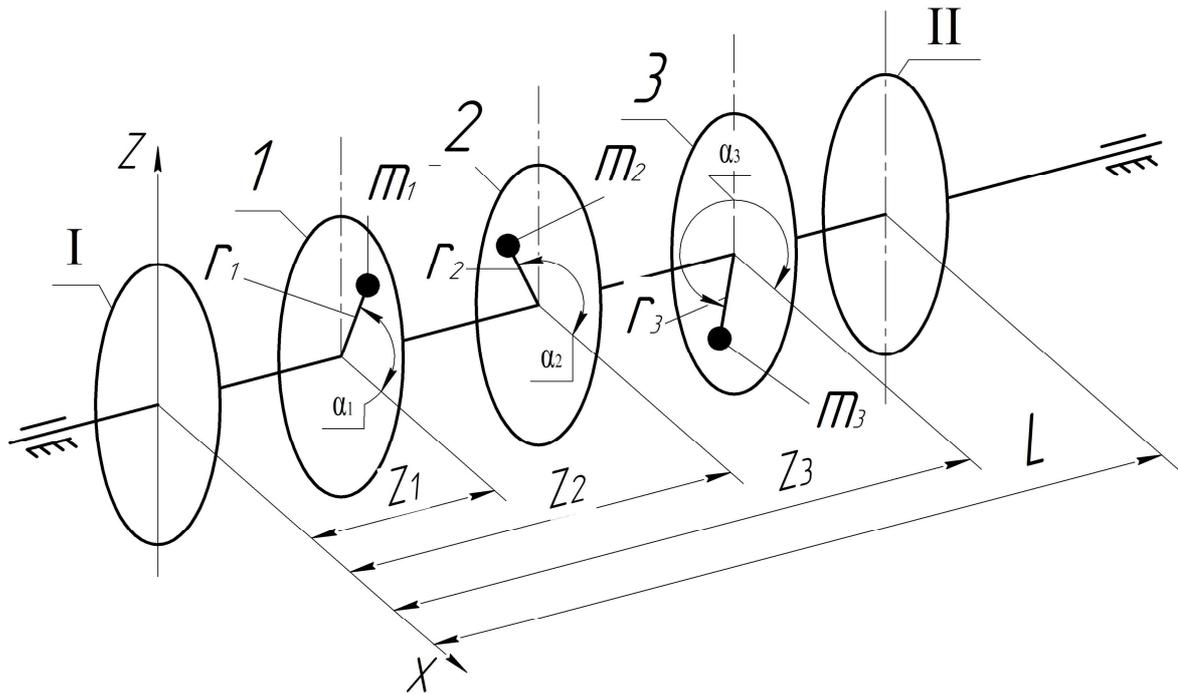


Рис. 6.5

6.1. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Определение величины и расположения противовеса осуществляется путем построения векторного многоугольника в заданном масштабе по расчетному уравнению (6.11), как это показано на рис. 6.6.

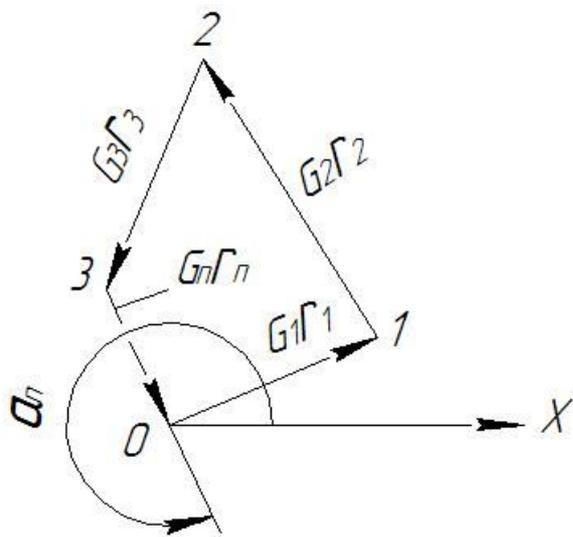


Рис. 6.6

Замыкающий вектор многоугольника представляет собой статический момент $G_n \cdot r_n$ противовеса.

Задавшись одной величиной (радиусом r_n), можно найти другую величину (вес G_n противовеса), или наоборот. Направление радиуса-вектора r_n противовеса определяется углом α_n (измеряется непосредственно на чертеже).

6.2. РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОГО (ПОЛНОГО) УРАВНОВЕШИВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Вначале строится векторный многоугольник моментов пар по второму расчетному уравнению (6.13). Векторы моментов при этом удобно повернуть на 90° до совпадения их с направлением векторов сил.

Модуль замыкающего вектора многоугольника будет равен произведению $G_{II}r_{II}z_{II}$, где координата z_{II} известна и равна L (расстояние между плоскостями уравновешивания). Из этого произведения легко определяется вес противовеса G_{II} , если задаться радиусом r_{II} , или наоборот. Угол α_{II} , указывающий направление радиуса-вектора противовеса, измеряется на чертеже (рис. 6.7).

Затем по первому расчетному уравнению (6.13) в определенном масштабе строится второй многоугольник (рис. 6.8). В этом многоугольнике неизвестной величиной является замыкающий вектор $4 - 0$. Умножая длину этого вектора на принятый масштаб, получим величину произведения $G_I r_I$. Задаваясь одним из сомножителей, находим другой из них.

По чертежу определяем угол α_I , указывающий на расположение радиуса-вектора противовеса в плоскости I.

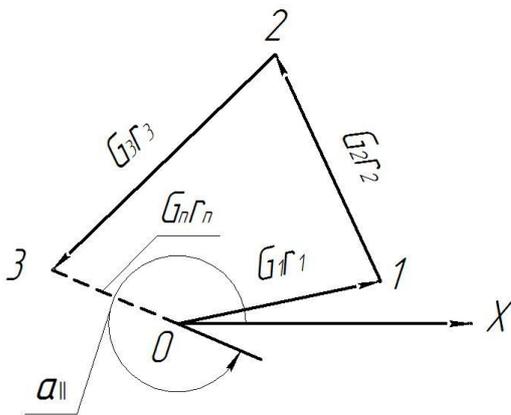


Рис. 6.7

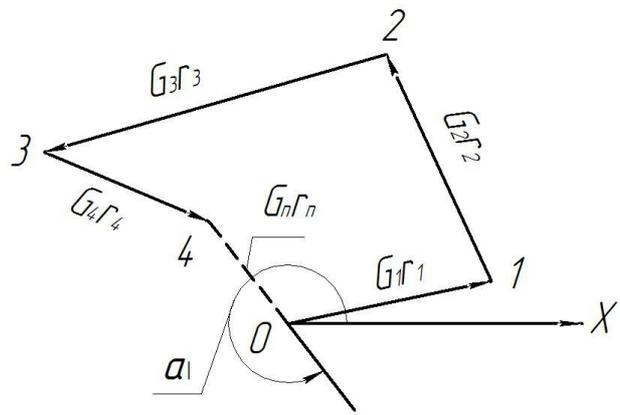


Рис. 6.8

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ: ознакомиться с методикой статического и динамического (полного) уравнивания вращающихся масс.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ: для заданной неуравновешенной системы масс определить уравнивающие массы противовесов и результаты расчета проверить на установке.

ОБОРУДОВАНИЕ И ПРИБОРЫ

1. Установка для уравнивания вращающихся масс.
2. Грузы весом 40, 50, 60 и 70 г.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

СТАТИЧЕСКАЯ БАЛАНСИРОВКА

1. Получить вариант задания для выполнения данной работы, в котором указываются: веса грузов G_1, G_2 и G_3 , закрепляемых на 1, 2 и 3 дисках установки, радиусы r_1, r_2 и r_3 от центров тяжести грузов до оси вращения и углы α_1, α_2 и α_3 .

2. Вычертить схему установки с указанием дисков и грузов на них (см. рис. 6.5).

3. Закрепить грузы на 1, 2 и 3 дисках.

4. Определить вес противовеса G_n и координаты противовеса r_n и α_n при статическом уравнивании. Для статической балансировки необходимо, чтобы центр тяжести системы лежал на ее оси вращения.

5. На I или II диске установить противовес, требуемый для балансировки.

6. Проверить статическую уравнированность системы: при повороте ее на любой угол она должна находиться в равновесии.

ДИНАМИЧЕСКАЯ БАЛАНСИРОВКА

1. Включить электродвигатель и привести во вращение вал с дисками. Так как система была отбалансирована только статически, то каретка установки на конце вала будет совершать колебательные движения в свободном горизонтальном направлении.

2. Остановить систему и снять противовес, установленный при статическом уравнивании.

3. Рассчитать графическим или аналитическим путем противовесы, радиусы и углы их расположения в плоскостях I и II при полном уравнивании. Для динамической балансировки, кроме соблюдения условий статической балансировки, необходимо, чтобы сумма центробежных моментов масс системы была равна нулю.

4. Установить противовесы, их радиусы и углы на I и II дисках, которые соответствуют I и II плоскостям, принятым в расчете.

5. Проверить статическую уравновешенность системы.

6. Привести во вращение вал с дисками путем включения электродвигателя и фрикционной передачи, убедиться в динамической уравновешенности системы. Каретка установки на конце вала не должна колебаться в горизонтальном направлении.

ФОРМА ОТЧЕТА

1. Схема установки с указанием расположения неуравновешенных масс, радиусов и углов их расположения.

2. Величины неуравновешенных кругов и координаты их расположения:

$$G_1 = \dots \text{г}; \quad r_1 = \dots \text{мм}; \quad \alpha_1 = \dots \text{град};$$

$$G_2 = \dots \text{г}; \quad r_2 = \dots \text{мм}; \quad \alpha_2 = \dots \text{град};$$

$$G_3 = \dots \text{г}; \quad r_3 = \dots \text{мм}; \quad \alpha_3 = \dots \text{град}.$$

3. Статическое уравнивание (графический метод):

$$G_n \cdot r_n = \dots z \cdot \text{мм}; \quad G_n = \dots z;$$

$$r_n = \dots \text{мм}; \quad \alpha_n = \dots \text{град}.$$

4. Полное уравнивание (графический метод).

Из многоугольника моментов дисбалансов (см. рис. 6.7) найти угол α_{II} и уравнивающий момент дисбалансов:

$$G \cdot r_2 \cdot L = \dots z \cdot \text{мм}^2;$$

$$\alpha_{II} = \dots \text{град},$$

где L – расстояние между I и II дисками установки.

Задавшись величиной противовеса G_{II} , определить величину r_{II} .

По второму расчетному уравнению (6.13) найти дисбаланс уравнивающей пары сил:

$$G_{II} \cdot r_{II} \cdot Z_2 = \dots z \cdot \text{мм}^2,$$

где $Z_2 = L$.

Из многоугольника дисбалансов (см. рис. 6.8) рассчитать угол α_I и общий дисбаланс в плоскости I – I:

$$\alpha_I = \dots \text{град};$$

$$G_I \cdot r_I = \dots z \cdot \text{мм}.$$

Задавшись величиной противовеса G_I , определить величину r_I .

ВОПРОСЫ ПО РАБОТЕ

1. Каковы задачи статической и динамической балансировки?
2. Виды неуравновешенности вращающихся масс.
3. Устройство и работа установки для уравнивания вращающихся масс.
4. Методика и основные уравнения для статической балансировки вращающихся масс. Для динамической балансировки.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский, И.И. Теория механизмов и машин [Текст]: учебник для вузов / И.И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 2009. – 639 с.: ил.
2. Левитский, Н.И. Теория механизмов и машин. Терминология [Текст]: учебное пособие / Н.И. Левитский, Ю.Я. Гуревич, В.Д. Плахтин [и др.]; под ред. К.Ф.Фролова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2007. – 80 с.
3. Мамаев, А.Н. Теория механизмов и машин [Текст]: учебник / А.Н. Мамаев, Т.А. Балабина.- М.: Экзамен, 2008. – 254 с.
4. Фролов, К.В. Теория механизмов и машин [Текст]: учебник для вузов /К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов [и др.]; под ред. К.В. Фролова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высшая школа, 2008. – 496 с.: ил.
5. Кореняко, А.С. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин [Текст] / А.С. Кореняко. – Киев: Вища школа, 2007. – 326 с.
6. Анципорович, П.П. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения [Текст]: учебно-методическое пособие / П.П. Анципорович [и др.] – 2-е изд., испр. – Мн.: БНТУ, 2004.
7. Тимофеев, Г.А. Теория механизмов и машин [Текст]: курс лекций / Г.А. Тимофеев. – М.: Высшее образование, 2009. – 352 с.
8. Расчет маховика для рычажного механизма [Текст]: методические указания / сост. В.М. Андриянов, А.А. Тувин, В.В. Бонокин [и др.]. – Иваново: ИГТА, 1999. – 24 с.
9. Артоболевский, И.И. Сборник задач по теории механизмов и машин [Текст] / И.И. Артоболевский, Б.В. Эдельштейн. – М.: Наука, 1972.
10. Зиновьев, В.А. Курс теории механизмов и машин [Текст]: учебник / В.А. Зиновьев.- М.: Наука, 1972.

11. Кинематический анализ плоских механизмов [Текст]: методические указания к выполнению расчетно-графической работы / сост. В.М. Андриянов, Г.А. Орлов. – Иваново: ИВТИ, 1991. – 36 с.

12. Кинематический и силовой анализ плоских механизмов [Текст]: методические указания по теории механизмов и машин / сост. В.М. Андриянов, В.В. Бонокин, А.А. Тувин [и др.]. – Иваново: ИВТИ, 1991. – 36 с.

13. Расчет маховика для рычажного механизма [Текст]: методические указания по теории механизмов и машин / сост. В.М. Андриянов, В.В. Бонокин, А.А. Тувин [и др.]. – Иваново: ИВТИ, 1991. – 36 с.

14. Экспериментальное определение положения центра тяжести и моментов инерции масс звеньев (геометрия масс) [Текст]: методические указания по теории механизмов, машин и роботов / сост. Б.Д. Ефремов. – Иваново: ИВТИ, 1989. – 20 с.

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

Александр Алексеевич Тувин
Александр Николаевич Смирнов
Владимир Васильевич Бонокин
Роман Владимирович Шляпугин

ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
ПО ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Научный редактор д-р.техн.наук, проф. В.И. Смирнов

Редактор Т.В. Федорова
Корректор Н.Е. Балыкова

Подписано в печать 02.12.2013.
Формат 1/16 60x84. Бумага писчая. Плоская печать.
Усл. печ. л. Уч.-изд. л. Тираж 100 экз. Заказ №1342

Редакционно-издательский отдел
Ивановского государственного политехнического университета
153000 г. Иваново, Шереметевский пр-т, 21
Отпечатано в ОАО «Информатика»
153032 г. Иваново, ул. Ташкентская, 90

ISBN 978-5-88954-400-5

©Текстильный институт
ИВГПУ, 2013