

**Ивановский государственный политехнический университет
(ИВГПУ)**

Текстильный институт

Кафедра автоматики и радиоэлектроники

**Методические указания к расчетно-графическим заданиям
по курсу «Общая электротехника»**

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Иваново 2014

Методические указания к расчетно-графическим работам по курсу «Электротехника» предназначены для студентов очной формы обучения. Указания позволят студентам более подробно изучить методы расчета линейных цепей постоянного и переменного тока и приобрести навыки, необходимые при выполнении домашних заданий по курсу «Электротехника», а также поможет при самостоятельной работе и при подготовке к экзаменам по перечисленным выше темам.

Составитель: доцент каф. АРЭ, к.т.н. Файн Е.Л.

Рецензент: доцент каф. АРЭ, к.т.н. Анисимов С.А.

Редактор: доцент каф. АРЭ, к.т.н. Забелина Л.М.

РАСЧЕТ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПОСТОЯННОГО ТОКА

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Расчет электрической цепи проводится с целью определения электрического режима работы схемы по известным значениям ЭДС и параметрам R , L и C элементов цепи. Параметры электрического режима – это ток I , напряжение U и мощность P для каждого элемента цепи. Для определения всех этих электрических параметров на первом этапе расчета достаточно определить величины все токов, протекающих в цепи. По известному току можно будет рассчитать напряжение и мощность каждого элемента.

Расчет токов производится методом расчета системы уравнений, описывающих электрические режимы схемы. Исходя из общих требований математики, необходимо составить систему независимых уравнений. Чтобы система решилась, число уравнений должно быть равно числу неизвестных токов. Для того чтобы правильно составить систему уравнений, необходимо сначала провести *топологический* анализ электрической цепи с целью определения количества *ветвей* и *узлов*. Это необходимо для определения количества искомых токов.

Узел – это точка в электрической цепи, в которой сходятся не менее трех ветвей. Две ветви узел не образуют.

Ветвь – это участок цепи, состоящий из одного или нескольких элементов, соединенных последовательно, по которым протекает один и тот же ток. В схеме, где имеются узлы, ветвь – это участок цепи между двумя узлами. Из определения ветви следует, что токов в любой схеме будет столько, сколько в ней ветвей.

Рассмотрим в качестве примера цепь, изображенную на рис.1. Данная цепь содержит 3 узла. Узлами являются точки *c* и *d*, в которых сходятся по три ветви. В точках *a* и *b* сходятся по две ветви, поэтому каждая из этих точек узлом не является. Но вместе они образуют один узел, в котором сходятся четыре ветви. Отрезок, соединяющий точки *a* и *b* ветвью не является, так как не содержит ни каких элементов. Ветвей в этой схеме пять. Ветвь 1 состоит из ЭДС E_1 и резистора R_1 , ветвь 2 из резистора R_2 , ветвь 3 – из R_3 , ветвь 4 содержит только R_4 , а ветвь 5 – резисторы R_5 и R_6 . Эти резисторы соединены последовательно, и по ним протекает один и тот же ток.

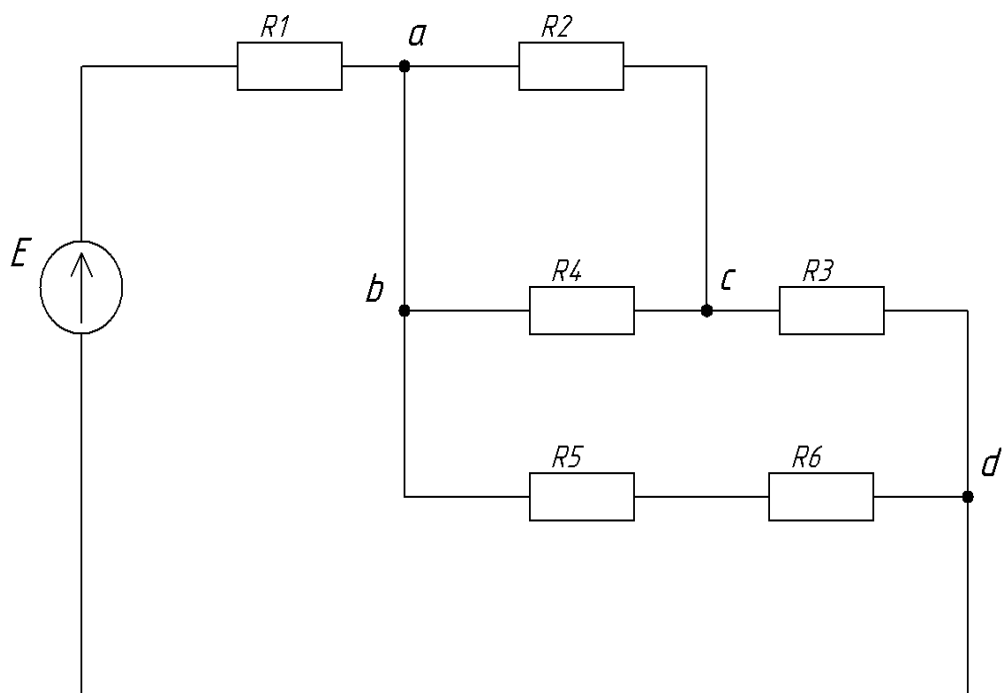


Рис.1

Из определения ветви, приведенного выше, в каждой ветви будет протекать свой ток I . Эти токи в каждой ветви необходимо обозначить на схеме. Каждый ток должен иметь свой индекс, отличный от других токов и свое направление, заданное стрелкой. Направление токов в ветвях задается произвольно (См. рис.2).

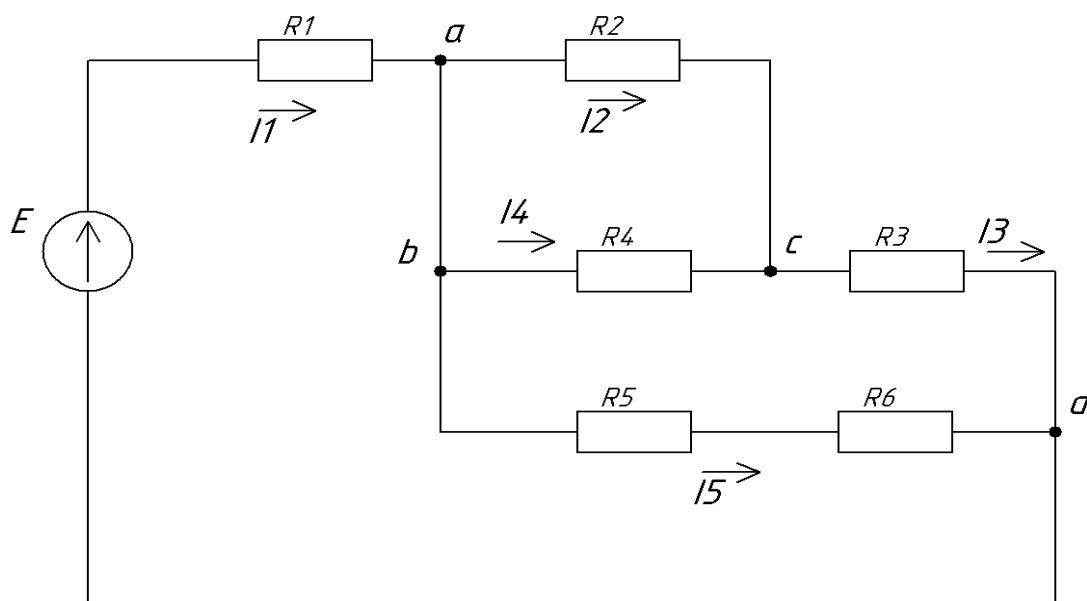


Рис.2

Для того, чтобы в дальнейшем рассчитать эти 5 токов, необходимо составить систему уравнений (математическую модель цепи) из 5 независимых уравнений. Уравнения составляются на основе двух законов Кирхгофа для электрических цепей.

Первый закон Кирхгофа.

Этот закон устанавливает связь между токами, сходящимися в узле. Можно пользоваться двумя формулировками закона Кирхгофа для цепей постоянного тока. Первая формулировка гласит:

Сумма токов входящих в узел электрической цепи равна сумме токов выходящих из узла в любой момент времени.

Вторая формулировка может быть записана как:

Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю в любой момент времени.

В этом случае токи входящие в узел имеют один знак (например +), а выходящие из узла - другой (-). Для схемы содержащей N узлов можно составить только N-1 независимых уравнение по первому закону Кирхгофа. Независимое уравнение – это такое уравнение, которое не может быть получено каким-либо образом из других уравнений системы.

Для схемы изображенной на рис 2. и имеющей 3 узла составив два уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов *с* и *d*.

Для узла *с* уравнение запишется как:

$$I_2 + I_4 = I_3 \quad (1)$$

Для узла *d* уравнение имеет вид:

$$I_3 + I_5 = I_1 \quad (2)$$

Оставшиеся три уравнения необходимо составить на основе ***второго закона Кирхгофа.***

Второй закон Кирхгофа.

Этот закон Кирхгофа гласит:

В замкнутом контуре электрической цепи алгебраическая сумма падений напряжений равна алгебраической сумме ЭДС в этом же контуре в любой момент времени.

Составить уравнение по второму закону Кирхгофа несколько сложнее, чем по первому закону для узла и поэтому более подробно разберем как основные понятия, имеющиеся в формулировке второго закона, так и порядок составления уравнения по этому закону.

Контур (замкнутый контур)– это произвольно выбранный путь обхода ветвей электрической цепи по замкнутому маршруту.

В систему уравнений можно включать только независимые уравнения, поэтому и контур должен быть независимым.

Независимый контур – это такой контур, при обходе которого встречается хотя бы одна ветвь, которая бы не входила в предыдущие контура (уравнения).

После выбора независимого контура необходимо выбрать **направление обхода контура**. Направление обхода выбирается произвольно и может быть, как почасовой стрелки, так и против часовой стрелки.

Падение напряжения – это напряжение, которое возникает на имеющихся в контуре сопротивлениях R_i при протекании через них тока. Падение напряжения равно $U_i = I_i * R_i$.

После выбора контура и направления обхода приступаем к составлению уравнения. Падения напряжения $I_i * R_i$, встречающиеся при обходе, берем со знаком «плюс», если направление тока через сопротивление совпадает с выбранным направлением обхода контура и со знаком «минус», если не совпадает. ЭДС E_i берется со знаком «плюс», если направление стрелки у ЭДС совпадает с направлением обхода контура или со знаком минус, если не совпадает.

Перед составлением уравнений выберите сразу все контура и направления их обхода. При выборе контура не забывайте о независимости каждого контура. Кроме того, постарайтесь выбрать наиболее короткие маршруты обхода с минимальным количеством элементов в контуре. Желательно, чтобы хотя бы один контур содержал только две ветви. Это значительно облегчит дальнейшее решение уравнений.

Для схемы на рис.2, которая содержит пять ветвей и пять токов в них, необходимо составить пять уравнений. Два уравнения по первому закону Кирхгофа (1) и (2) составлены выше. Поэтому по второму закону составляем еще три уравнения. Выбираем три контура, отвечающих принципу независимости. Это контур, образованный E , R_1 , R_5 и R_6 . Второй контур будет включать ветви с резисторами R_2 и R_4 . Третьим будет контур с резисторами R_4 , R_3 , R_6 и R_5 . Направление обхода всех контуров выберем по часовой стрелке. Запишем полученные уравнения:

$$I_1 * R_1 + I_5 * R_5 + I_5 * R_6 = E \quad (3)$$

$$I_2 * R_2 - I_4 * R_4 = 0 \quad (4)$$

$$I_4 * R_4 + I_3 * R_3 - I_5 * R_6 - I_5 * R_5 = 0 \quad (5)$$

Теперь систему уравнений (1)-(5) можно решать. Но сначала сделаем ряд замечаний по выбору вариантов домашнего задания №1 и №2

Вариант задания состоит из двух цифр (например 34 или $\frac{3}{4}$). Первая цифра в варианте означает номер схемы, которую необходимо рассчитать. Вторая цифра – это номер строки в таблице, которая приведена в задании вместе со схемой. В этой таблице задано исходное условие: величина ЭДС или величина одного из напряжений или тока в схеме. Если задана величина напряжения или тока, (например U_3 или I_3), то это напряжение или ток именно на сопротивлении R_3 . Если задана ЭДС, то целью расчета являются все токи. Если

задана величина напряжения или тока, то рассчитываем все остальные токи и ЭДС. Величины сопротивлений резисторов проставлены прямо на схеме. При выполнении домашней работы выполняем все пункты задания, текст которого приведен в правом верхнем углу соответствующего задания.

Для схемы, изображенной на рис. 2., величины сопротивлений резисторов R1-R6 приведены в таблице 1. Известной величиной является ток $I_4=2A$. Необходимо рассчитать токи I_1, I_2, I_3, I_5 и ЭДС E . Правильность расчета токов нужно будет проверить путем составления *баланса мощности*.

Таблица 1.

R1, Ом	R2, Ом	R3, Ом	R4, Ом	R5, Ом	R6, Ом
10	20	20	10	10	10

Расчет токов

Расчет токов производим путем решения составленной ранее системы уравнений (1)-(5). Для наглядности порядка расчета приведем систему уравнений еще раз:

$$I_2 + I_4 = I_3 \quad (1)$$

$$I_3 + I_5 = I_1 \quad (2)$$

$$I_1 * R_1 + I_5 * R_5 + I_5 * R_6 = E \quad (3)$$

$$I_2 * R_2 - I_4 * R_4 = 0 \quad (4)$$

$$I_4 * R_4 + I_3 * R_3 - I_5 * R_6 - I_5 * R_5 = 0 \quad (5)$$

Решение системы уравнений проще начинать с уравнения (4), в котором только одно неизвестное I_2 .

Из(4)имеем:

$$I_2 * R_2 = I_4 * R_4$$

$$I_2 = I_4 * R_4 / R_2 = 2 * 10 / 20 = 1A$$

Теперь одно неизвестное остается в (1):

$$I_3 = I_2 + I_4 = 1 + 2 = 3A.$$

Следующим, из уравнения (5), можно найти ток I_5 :

$$I_4 * R_4 + I_3 * R_3 = I_5 * (R_6 + R_5)$$

$$I_5 = (I_4 * R_4 + I_3 * R_3) / (R_6 + R_5) = (2 * 10 + 3 * 20) / (10 + 10) = 4A$$

Последним находим ток I_1 из (2) и ЭДС E из (3):

$$I_1 = I_3 + I_5 = 3 + 4 = 7A$$

$$E = I_1 * R_1 + I_5 * R_5 + I_5 * R_6 = 7 * 10 + 4 * 10 + 4 * 10 = 150B$$

Запишем все рассчитанные токи и ЭДС:

$$I_1 = 7A; I_2 = 1A; I_3 = 3A; I_4 = 2A; I_5 = 4A; E = 150B$$

Затем необходимо произвести проверку правильности решения задачи. Проверка выполняется на основе баланса мощности.

Баланс мощности

Баланс мощности для цепи основан на проверке соблюдения закона сохранения энергии при рассчитанных выше параметрах электрического режима. Закон сохранения энергии для любой электрической цепи можно сформулировать как:

Количество энергии (мощности), выработанной всеми источниками электрической энергии, в цепи всегда равно энергии (мощности), потребленной нагрузкой.

Применительно к цепям постоянного тока этот закон можно записать следующим образом:

$$\sum P_{\text{источ.}} = \sum P_{\text{нагруз.}}$$

или:

$$\sum E_i * I_i = \sum I_i^2 * R_i \quad (6)$$

Последнее выражение (6) называется балансом мощности. Проверим, соблюдается ли оно для токов и ЭДС, определенных выше.

$$\sum P_{\text{источ.}} = E * I = 150\text{В} * 7\text{А} = 1050\text{Вт},$$

$$\begin{aligned} \sum P_{\text{нагруз.}} &= \sum I_i^2 * R_i = I_1^2 * R_1 + I_2^2 * R_2 + I_3^2 * R_3 + I_4^2 * R_4 + I_5^2 * (R_5 + R_6) = \\ &= 7^2 * 10 + 1^2 * 20 + 3^2 * 20 + 2^2 * 10 + 4^2 * (10 + 10) = 490 + 20 + 180 + 40 + 320 = 1050\text{Вт} \end{aligned}$$

Рассчитаем ошибку, с которой сходится или не сходится баланс мощности:

$$\begin{aligned} \delta\% &= (\sum P_{\text{источ.}} - \sum P_{\text{нагруз.}}) * 100\% / \sum P_{\text{источ.}} = \\ &= (1050 - 1050) * 100\% / 1050 = 0\% \leq 2\% \end{aligned}$$

Задача считается решенной правильно, если ошибка $\delta\%$ не превышает 2%. Если ошибка превышает 2%, необходимо проверить весь ход решения - от этапа составления уравнений до составления баланса мощности.

Особенности решения системы уравнений при других исходных данных.

Рассмотрим решение системы уравнений (1)-(5), если в качестве исходных данных задана ЭДС, например $E=300\text{В}$. В этом случае решить задачу, так как сделано выше, не получится. В системе уравнений (1)-(5) нет ни одного уравнения с одним неизвестным. Поэтому применяем следующую методику: находим уравнение с двумя неизвестными – уравнение (4) и выражаем один из токов этого уравнения через другой.

Из(4)имеем:

$$I_2 * R_2 = I_4 * R_4$$

$$I_4 = I_2 * R_2 / R_4 = I_2 * 20 / 10 = 2 * I_2.$$

Затем все остальные токи в той же последовательности, что использовалась выше, выразим через ток I_2 .

Из (1)

$$I_3 = I_2 + I_4 = I_2 + 2 * I_2 = 3 * I_2$$

Следующим, из уравнения (5), можно выразить ток I_5 :

$$I_4 * R_4 + I_3 * R_3 = I_5 * (R_6 + R_5)$$

$$I_5 = (I_4 * R_4 + I_3 * R_3) / (R_6 + R_5) = (2 * I_2 * 10 + 3 * I_2 * 20) / (10 + 10) = 4 * I_2$$

Последним выражаем ток I_1 из (1) и ЭДС E из (3):

$$I_1 = I_3 + I_5 = 3 * I_2 + 4 * I_2 = 7 * I_2$$

$$E = I_1 * R_1 + I_5 * R_5 + I_5 * R_6 = 7 * I_2 * 10 + 4 * I_2 * 10 + 4 * I_2 * 10 = 300\text{В},$$

или: $300 = 150 * I_2$

$$I_2 = 300 / 150 = 2\text{А},$$

$$I_4 = 2 * I_2 = 4\text{А},$$

$$I_3 = 3 * I_2 = 6\text{А},$$

$$I_5 = 4 * I_2 = 8\text{А},$$

$$I_1 = 7 * I_2 = 14\text{А}.$$

Такой подход позволяет решить задачу при любом начальном условии. Но для этого необходимо при составлении системы уравнений по второму закону Кирхгофа найти и включить в систему контур, который состоит только из двух ветвей. И всегда начинать решение системы уравнений с этого уравнения.

Решить систему уравнений можно используя различные компьютерные математические программы. В этом случае необходимо указать, какая программа была использована для расчета токов. Проверку правильности решения с помощью баланса мощности необходимо выполнять и в этом случае.