

**2620**

**ПРОЕЦИРОВАНИЕ  
МНОГОГРАННИКОВ**

Методические указания для студентов всех специальностей

Иваново 2005

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования

"Ивановская государственная текстильная академия"  
(ИГТА)

*Кафедра начертательной геометрии и черчения*

# **ПРОЕЦИРОВАНИЕ МНОГОГРАННИКОВ**

Методические указания для студентов всех специальностей

Иваново 2005

В методических указаниях, предназначенных для студентов 1 курса всех специальностей, приведены основные сведения о проецировании многогранного тела, рассмотрены способы решения некоторых задач, даны необходимые сведения для выполнения графических работ по многогранникам при изучении дисциплины "Начертательная геометрия. Инженерная графика".

Составители: канд. техн. наук, доц. Н.В. Целовальникова  
канд. техн. наук, доц. Т.Н. Фомичева  
канд. техн. наук, ст. преп. И.А. Легкова

Научный редактор ст. преп. А.Н. Лялина

## Оглавление

1. Понятие многогранника. Виды многогранников .....	4
2. Проецирование призмы и пирамиды. Точки на их поверхности .....	6
3. Пересечение призмы и пирамиды плоскостью и прямой линией .....	10
4. Пример определение высоты пирамиды и угла между гранями .....	16
5. Многогранники с призматическими вырезами .....	18
6. Взаимное пересечение многогранников. Развертки гранных поверхностей .....	22
7. Пересечение многогранников с поверхностями вращения .....	28
Библиографический список .....	31

## 1. Понятие многогранника. Виды многогранников

**Многогранником** называется тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников. Среди многогранников выделим призмы, пирамиды, призматоиды и правильные многогранники.

**Призмой** называется многогранник, который состоит из двух плоских многоугольников – оснований, совмещаемых при параллельном переносе, и боковой поверхности, состоящей из параллелограммов, две стороны которых являются соответствующими сторонами оснований, а две другие – соседними боковыми ребрами призмы. Высотой призмы называется расстояние между плоскостями ее оснований.

Призма называется прямой, если ее боковые ребра перпендикулярны основаниям. В противном случае призма называется наклонной. Прямая призма называется правильной, если ее основаниями являются правильные многоугольники.

**Пирамидой** называется многогранник, который состоит из плоского многогранника – основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, – вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину с точками основания. Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются ребрами. Боковые грани пирамиды – треугольники. Высотой пирамиды называется перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания.

Пирамида называется  $n$ -угольной, если ее основанием является  $n$ -угольник. Треугольная пирамида называется также тетраэдром. Пирамида называется правильной, если ее основанием является правильный многоугольник, а основание высоты совпадает с центром этого многоугольника. У правильной пирамиды боковые ребра равны; следовательно, боковые грани – равные равнобедренные треугольники.

Среди пирамид выделяют усеченные пирамиды. Они получаются при пересечении пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Грани усеченной пирамиды, лежащие в параллельных плоскостях, называются основаниями усеченной пирамиды, остальные грани называются боковыми гранями. Основания усеченной пирамиды представляют собой подобные многоугольники, боковые грани – трапеции.

На рис.1 изображен многогранник, называемый **призматомидом**. В таком многограннике параллельные основания представляют собой многоугольники с произвольным числом сторон, а грани – треугольники или трапеции.

Многогранник называется правильным, если его грани являются правильными многоугольниками с одним и тем же числом сторон и в каждой вершине многогранника сходится одно и то же число ребер. Существует пять типов правильных многогранников.

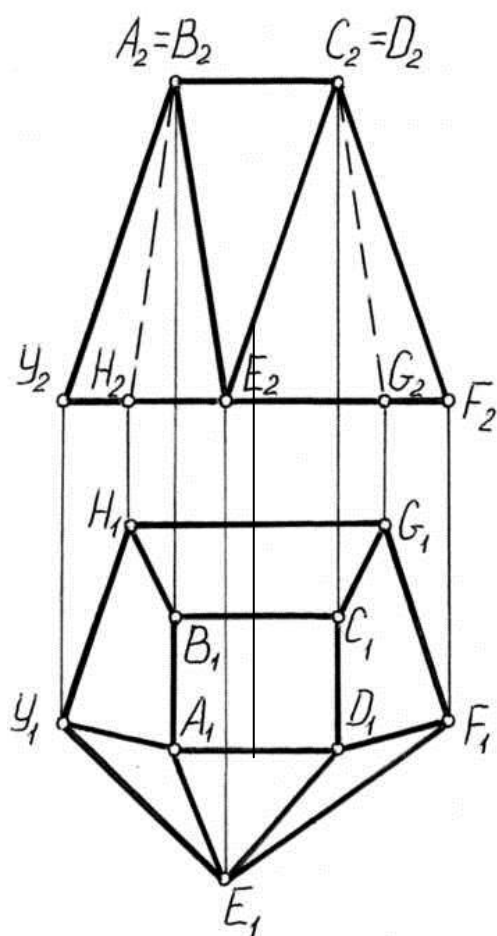


Рис.1

Правильный тетраэдр – грани являются правильными треугольниками, в каждой его вершине сходится три ребра.

Куб – грани являются квадратами, в каждой его вершине сходится три ребра.

Октаэдр – грани являются правильными многоугольниками, в каждой его вершине сходится четыре ребра.

Додекаэдр – грани являются правильными пятиугольниками, в каждой его вершине сходится три ребра.

Икосаэдр – гранями являются правильные треугольники, в каждой вершине сходится пять ребер.

## 2. Проецирование призмы и пирамиды.

### Точки на их поверхности

Призматическая поверхность неограниченной длины на чертеже может быть изображена проекциями фигуры, полученной при пересечении боковых граней призмы плоскостью, и проекциями ребер призмы (рис.2) [1].

Пересекая призматическую поверхность двумя параллельными между собой плоскостями, получаем основания призмы. На чертеже основания призмы удобно располагать параллельно плоскости проекций.

Для задания поверхности пирамиды надо иметь фигуру сечения всех боковых граней пирамиды плоскостью и точку их пересечения. Обычно пирамида

задается на чертеже проекциями ее основания и вершины, а усеченная пирамида – проекциями обоих оснований. Выбирая положение пирамиды для ее изображения, целесообразно располагать основание параллельно плоскости проекций.

В общем случае изображение многогранника сводится к построению его ребер, т.е. линий пересечения граней, и вершин – точек пересечения ребер. Совокупность ребер и вершин многогранника называют сеткой. Многогранник задан на чертеже, если заданы проекции его сетки.

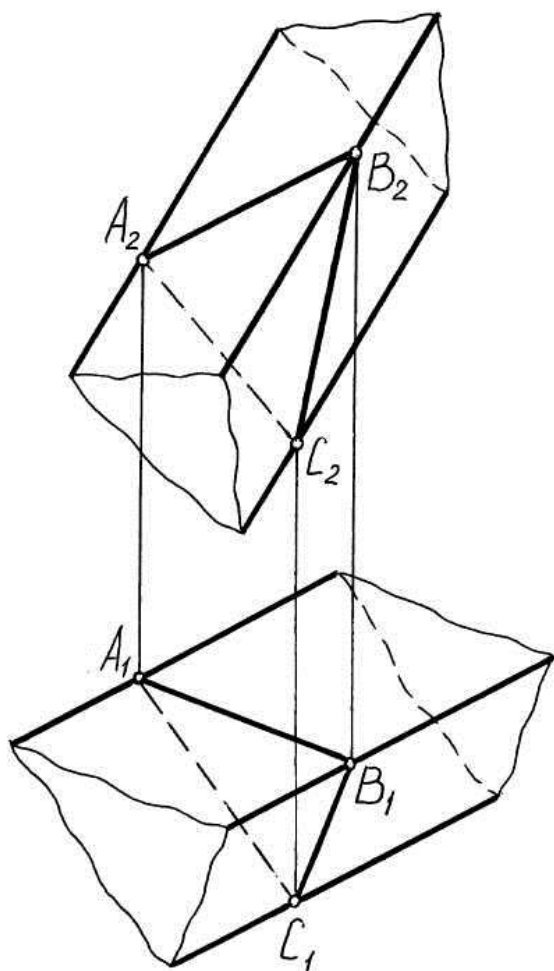


Рис.2

Рассмотрим примеры проецирования прямой (рис.3) и наклонной призм (рис.4) и пирамиды (рис.5) на комплексном чертеже и определим положение точек, расположенных на их поверхностях [1].

На рис.3 изображена прямая шестигранная призма, на ее поверхности заданы проекции точек  $K_3$  и  $M_2$ , требуется по ним определить недостающие проекции. Чтобы определить недостающие проекции точек, принадлежащих поверхности призмы, прежде всего необходимо определить, на каких гранях лежат эти точки. Проекция  $K_3$  задана невидимой, следовательно, точка  $K$  лежит в грани с основанием  $4 - 5$ , и горизонтальная проекция  $K_1$  попадет на отрезок  $4_1 5_1$ . Фронтальная проекция  $K_2$  определится по линиям связи, проекция  $K_2$  будет невидимой.

Точка  $M$  лежит в грани с основанием  $2 - 3$ , так как ее проекция  $M_2$  задана видимой. Проекция  $M_1$  и  $M_3$  определяться по линиям связи.

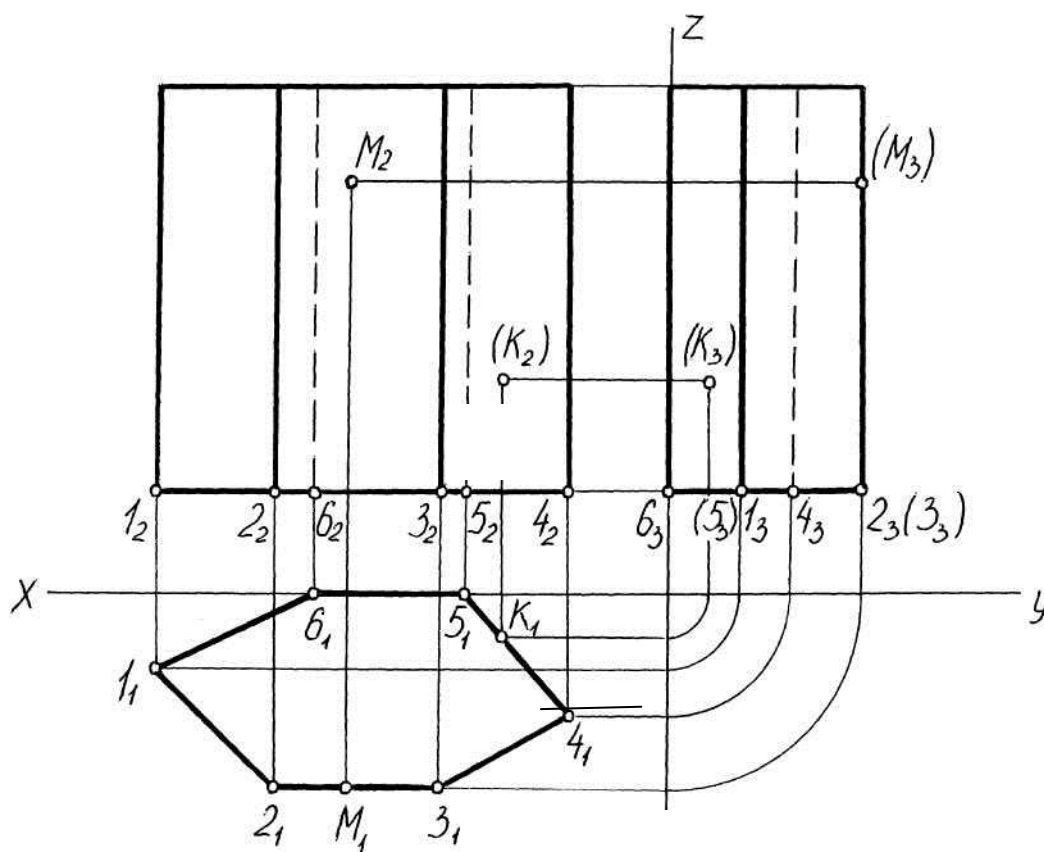


Рис.3



На наклонной призме точки (рис.4) Q и R заданы соответственно проекциями  $Q_2$  и  $R_1$ . Если проекция  $Q_2$  задана видимой, то точка Q принадлежит грани BKND. Через проекцию  $Q_2$  проведем любую прямую, принадлежащую грани BKND, например прямую, определяемую отрезком 3 – 2. Определим по линиям связи проекции точек 3<sub>1</sub> и 2<sub>1</sub> в плоскости  $\pi_1$ . На отрезок 3<sub>1</sub>2<sub>1</sub> проецируем  $Q_1$ . Проекцию точки  $Q_3$  определим по линиям связи. В плоскости  $\pi_3$  проекция точки  $Q_3$  будет невидимой.

Точка R задана видимой проекцией  $R_1$ , следовательно, она принадлежит грани ABEK. Через проекцию  $R_1$  проведем отрезок, параллельный ребру грани, он пересечет проекцию основания  $A_1B_1$  в точке 1<sub>1</sub>. По линии связи определяем проекцию 1<sub>2</sub> и положение отрезка, параллельного ребру в плоскости  $\pi_2$ . На этот отрезок проецируем точку  $R_2$ . Проекция  $R_3$  определена по линиям связи.

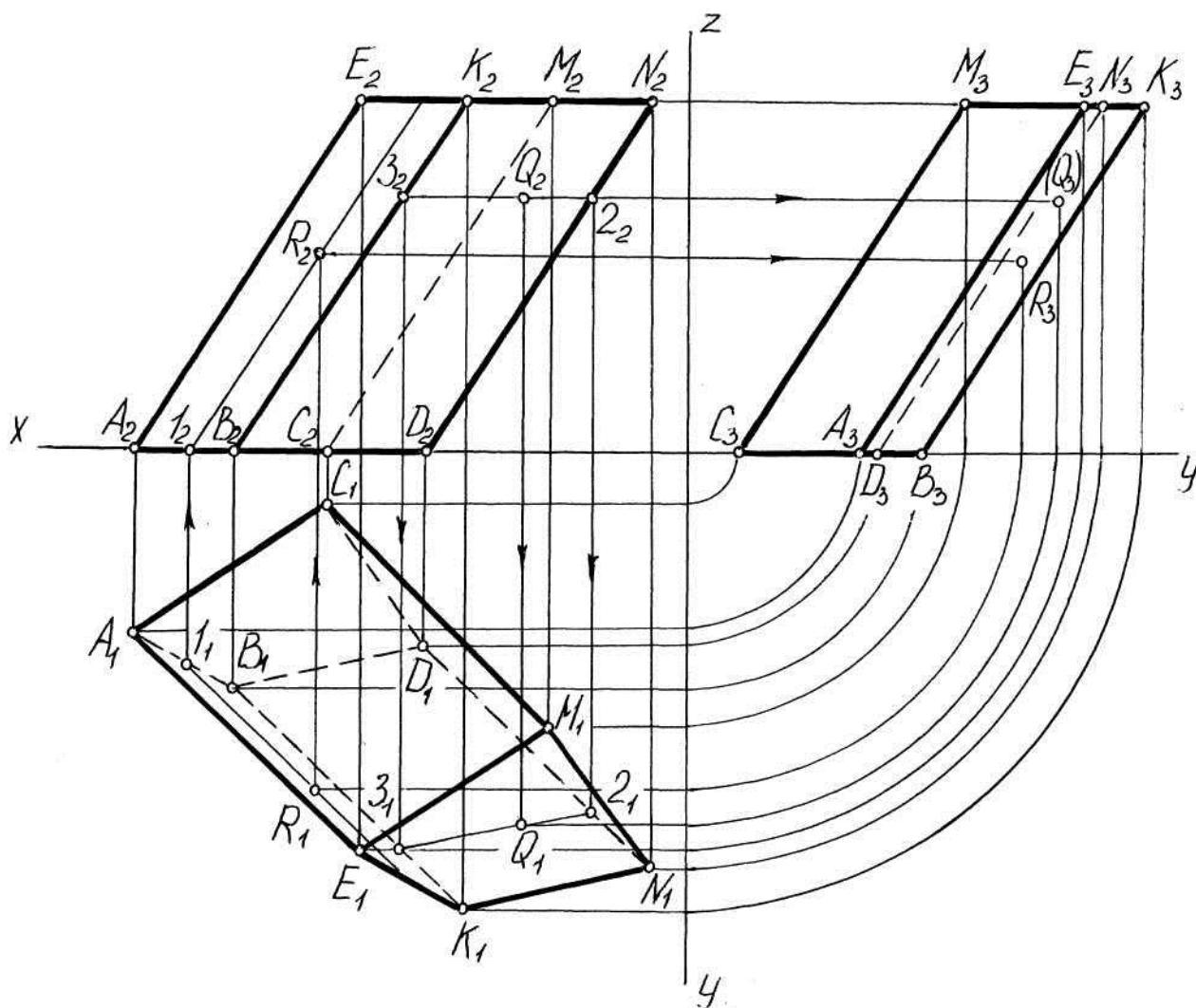


Рис.4

Определение недостающих проекций точек, принадлежащих поверхности пирамиды, изображенной на рис.5, также начинаем с определения того, какой грани принадлежит заданная точка.

Если горизонтальная проекция точки  $N_1$  задана невидимой, то точка  $N$  лежит в грани  $ASC$ , так как при взгляде на плоскость  $\pi_1$  грань  $ASB$  закрывает грань  $ASC$ . На плоскости  $\pi_1$  через точку  $N_1$  проведем любой отрезок (например,  $S_11_1$ ), принадлежащий  $\triangle A_1S_1C_1$ . В плоскости  $\pi_2$  определим проекцию отрезка  $S_21_2$  и спроецируем на него точку  $N_2$ . Профильная проекция точки  $N_3$  определяется по линиям связи.

Проекция точки  $K_2$  задана видимой, следовательно, точка  $K$  лежит в грани  $CSB$ . Горизонтальную проекцию  $K_1$  определим с помощью проекции отрезка  $S_12_1$ , а профильную проекцию  $K_3$  – по линиям связи. Проекция  $K_3$  будет невидима, так как при взгляде на  $\pi_3$  грань  $BSC$  закрыта гранью  $ASC$ .

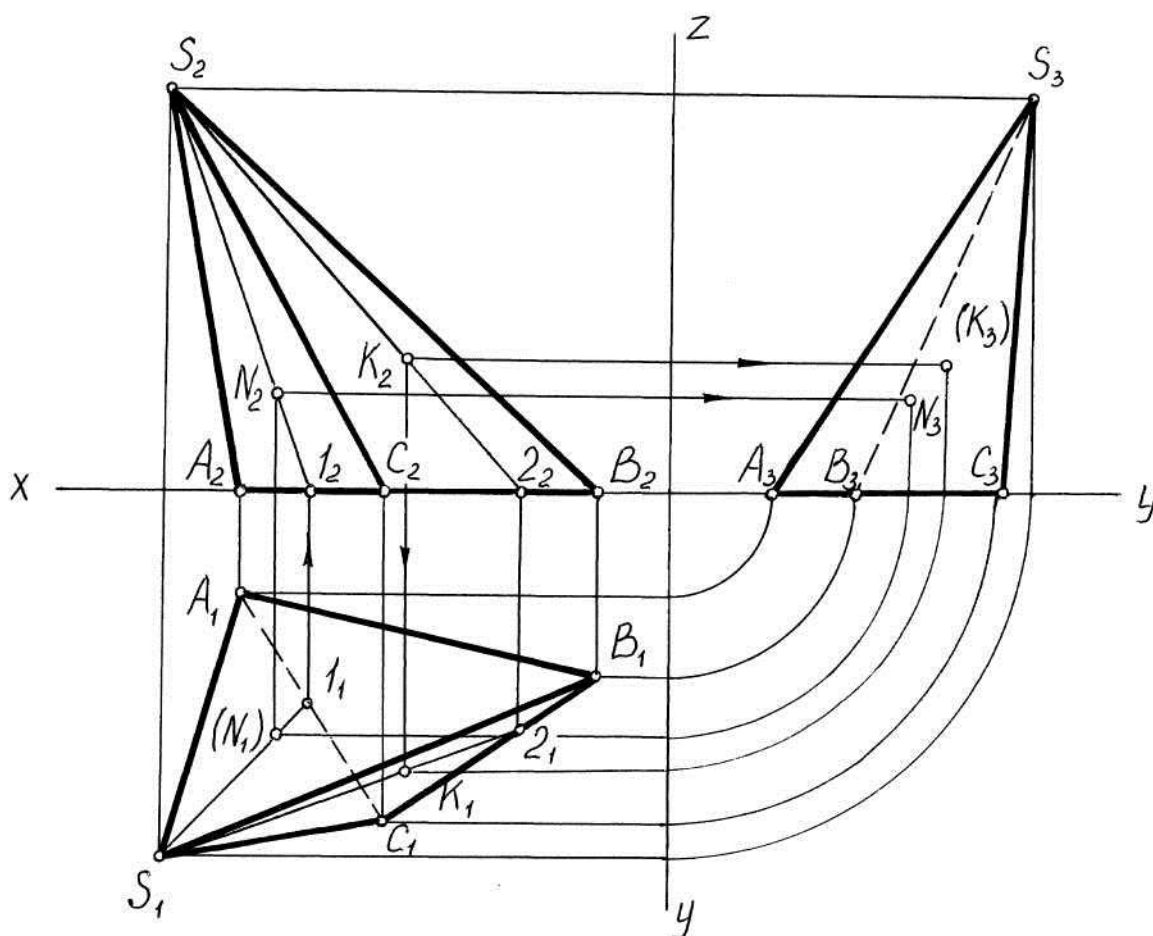


Рис.5

### 3. Пересечение призмы и пирамиды плоскостью и прямой линией

В результате пересечения многогранника плоскостью образуется плоская фигура, которая называется сечением многогранника. Линия, ограничивающая фигуру сечения, называется линией пересечения. Фигура сечения многогранника плоскостью представляет собой плоский многоугольник.

Общий прием построения проекций сечения многогранников плоскостью сводится к нахождению проекций точек пересечения ребер многогранников с данной плоскостью [1, 3].

При построении сечения гранной поверхности плоскостью можно также находить линии пересечения граней многогранника (плоскостей) с секущей плоскостью.

Таким образом, в общем случае задачу нахождения линии пересечения поверхности многогранника плоскостью можно свести либо к задаче нахождения точки пересечения прямой с плоскостью, либо к задаче нахождения линии пересечения плоскостей.

В задачах часто требуется определить натуральную величину фигуры сечения многогранника плоскостью. Если секущая плоскость является плоскостью общего положения или проецирующей в системе плоскостей проекций, в которой расположено геометрическое тело, то фигура сечения ни на одну из плоскостей не проецируется в натуральную величину. В этих случаях для нахождения натуральной величины фигуры сечения пользуются одним из способов преобразования проекций [4].

При пересечении призмы (рис.6) или пирамиды (рис.7) проецирующей плоскостью  $\alpha$  решение сводится к определению точек пересечения проецирующей плоскости с ребрами многогранника.

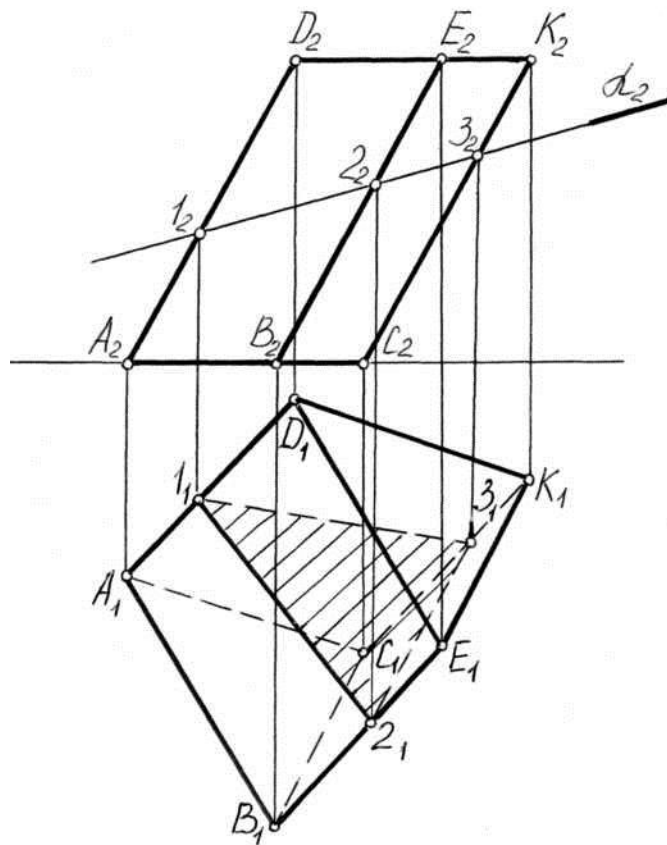


Рис. 6

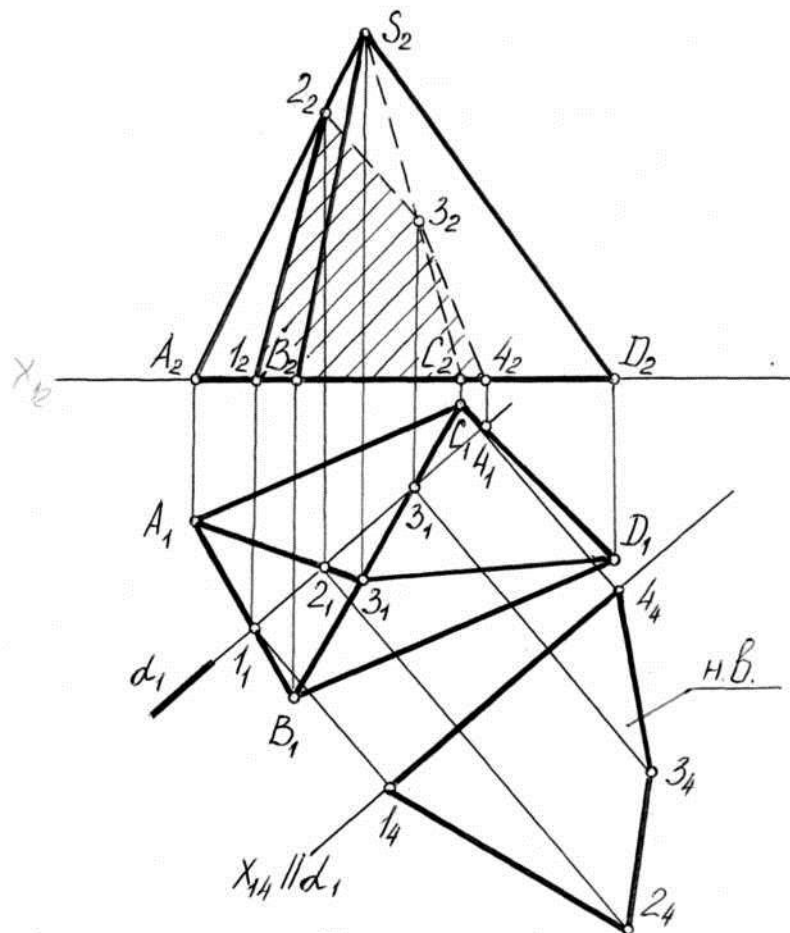


Рис. 7

На рис.6 фронтально проецирующая плоскость  $\alpha$  пересекает ребра наклонной призмы в точках  $1_2, 2_2, 3_2$ . Спроецировав эти точки на соответствующие ребра в плоскости  $\pi_1$ , получаем точки  $1_1, 2_1, 3_1$ , они определяют горизонтальную проекцию фигуры сечения призмы фронтально проецирующей плоскостью  $\alpha$ .

На рис.7 построено сечение четырехгранной пирамиды горизонтально проецирующей плоскостью  $\alpha$  и определена натуральная величина фигуры сечения.

По горизонтальным проекциям  $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$  точек пересечения плоскости  $\alpha$  с ребрами пирамиды построены их фронтальные проекции  $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ . Натуральная величина фигуры сечения получена методом замены плоскостей проекций ( $\pi_4 \perp \pi_1, \pi_{14} \parallel \alpha_1$ ).

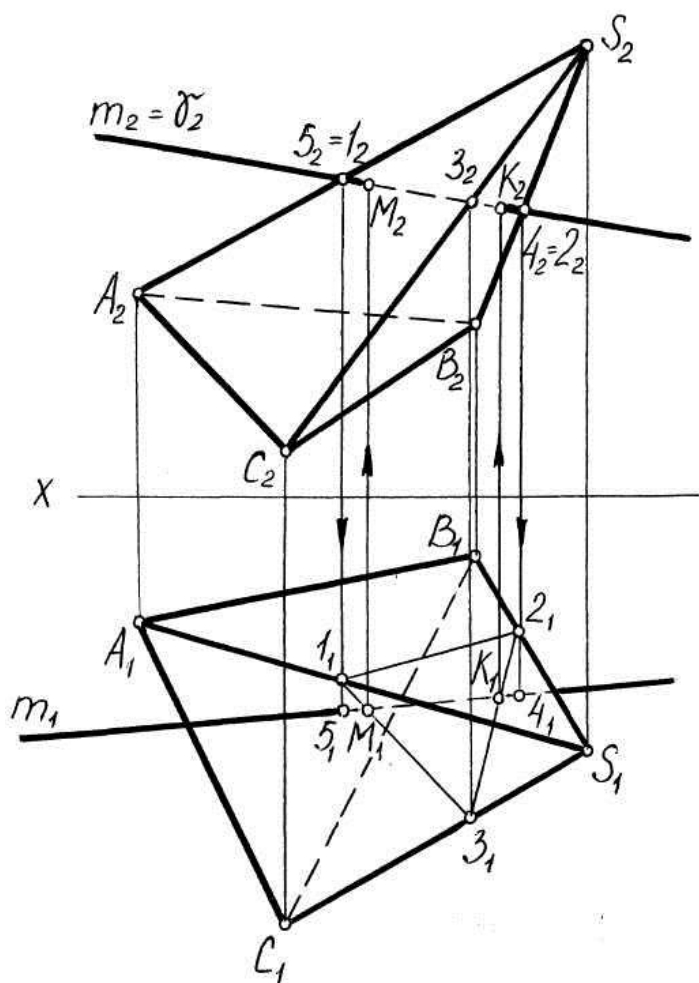


Рис. 8

Точки пересечения прямой с поверхностью многогранника находятся с помощью секущей плоскости. На рис.8 построены точки пересечения прямой  $m$  с поверхностью тетраэдра (пирамиды)  $SABC$ . Через прямую  $m$  проведена фронтально проецирующая плоскость  $\gamma$  ( $m_2 \equiv \gamma_2$ ), которая пересекает грани тетраэдра по прямым, образующим треугольник  $1 - 2 - 3$ . Фронтальные проекции  $1_2, 2_2, 3_2$

вершин треугольника очевидны:

$$1_2 = \gamma_2 \cap A_2S_2, \quad 1_1 \in A_1S_1;$$

$$2_2 = \gamma_2 \cap B_2S_2, \quad 2_1 \in B_1S_1;$$

$$3_2 = \gamma_2 \cap C_2S_2, \quad 3_1 \in C_1S_1.$$

Найдя горизонтальные  $1_1, 2_1, 3_1$  их проекции и проведя стороны треугольника, находим точки  $K_1$  и  $M_1$  пересечения сторон  $1_12_1$  и  $2_13_1$  с проекцией  $m_1$  прямой. (Очевидно, сторону  $1_12_1$  треугольника  $1_12_13_1$  можно и не изображать.) Затем по линиям связи определяем фронтальные  $K_2$  и  $M_2$  проекции искомых точек.

Отрезок  $KM$  прямой  $m$  находится внутри тетраэдра и поэтому не виден. На фронтальной проекции справа от точки  $K_2$  и слева от точки  $M_2$  прямая  $m_2$  не видна, что легко устанавливается из сравнения пар 2, 4 и 1, 5 конкурирующих точек. На горизонтальной проекции прямая  $m_1$  видна слева от точки  $M_1$ , справа же от точки  $K_1$  она не видна, так как закрыта гранью  $SAB$  тетраэдра.

На рис.9 решена задача на построение линии пересечения пирамиды  $SABC$  плоскостью общего положения  $\alpha$  ( $\alpha_1, \alpha_2$ ). Основание пирамиды лежит в плоскости  $\pi_1$  и плоскостью  $\alpha$  не пересекается. При решении задачи через ребра пирамиды проведены вспомогательные фронтально проецирующие плоскости  $S_2C_2 \equiv \sigma_2, \quad S_2B_2 \equiv \gamma_2, \quad S_2A_2 \equiv \tau_2$ .

Точка  $K$  определена решением задачи на пересечение ребра  $SC$  с плоскостью  $\alpha$ . При этом через прямую  $SC$  проведена вспомогательная фронтально проецирующая плоскость  $\sigma$ . Эта плоскость пересекла плоскость  $\alpha$  по линии  $1 - 2$ . В свою очередь линия  $1 - 2$  пересекла ребро  $SA$  в точке  $K$ . Точка  $K$  принадлежит линии пересечения пирамиды с плоскостью  $\alpha$ .

Точку  $E$  определяем с помощью вспомогательной плоскости, проходящей через ребро  $SB$ , а точку  $M$  – с помощью вспомогательной плоскости, проходящей через ребра  $SA$ .

Треугольник  $EMK$  представляет собой линию пересечения пирамиды  $SABC$  с плоскостью  $\alpha$  ( $\alpha_1, \alpha_2$ ). Видимость сторон треугольника  $EMK$  определя-

ется по принадлежности видимым или невидимым граням пирамиды (при этом плоскость  $\alpha$  считается прозрачной).

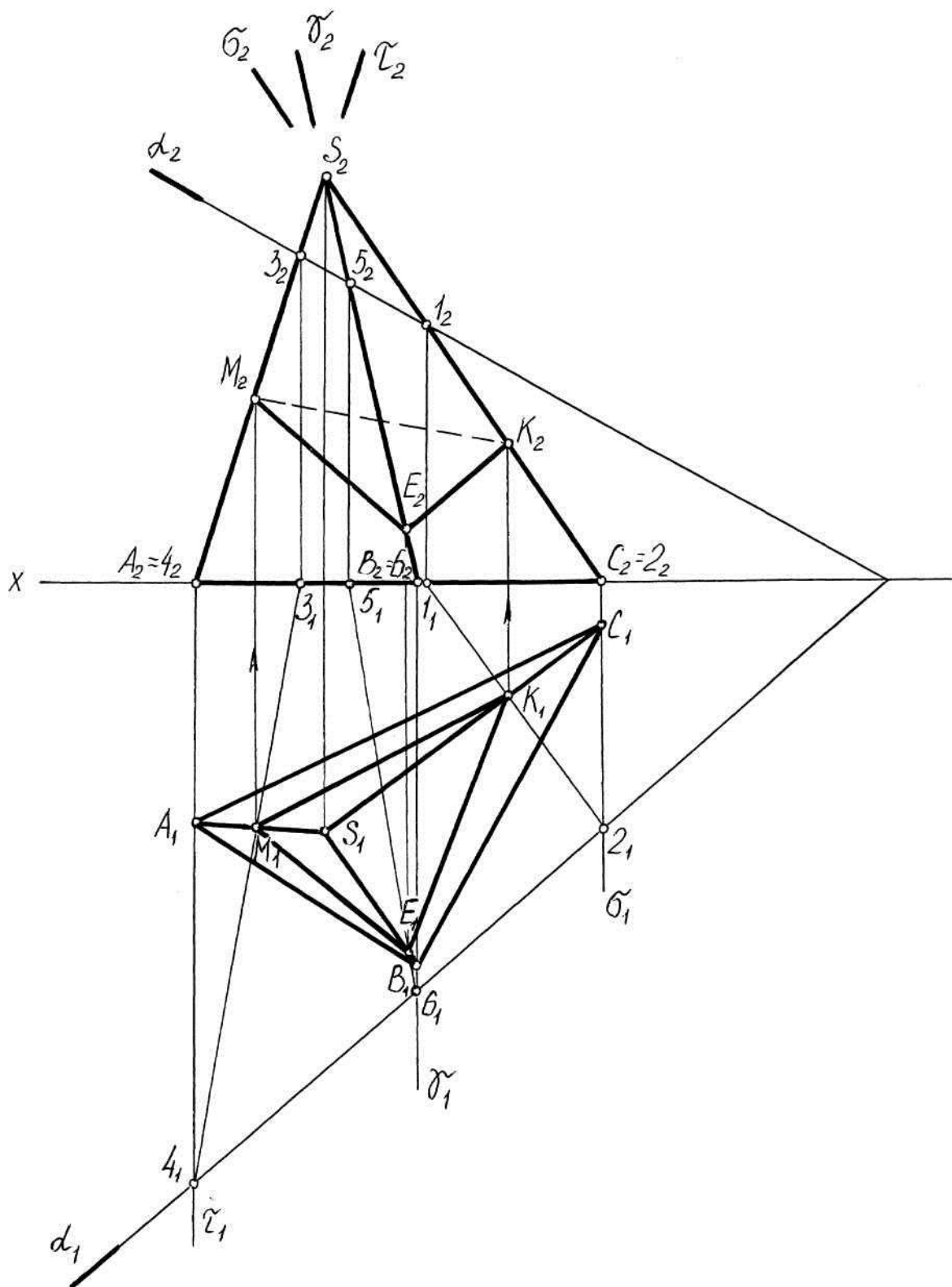


Рис. 9

На рис. 10 построена линия пересечения наклонной призмы плоскостью  $\alpha$  ( $m \cap n$ ). Она представляет собой треугольник. Его вершины L, M, N определены как точки пересечения ребер СК, ВК, AD с плоскостью  $\alpha$ . Для этого:

1. Через ребра проведены вспомогательные фронтально проецирующие плоскости  $\gamma_2, \gamma'_2, \gamma''_2$ .

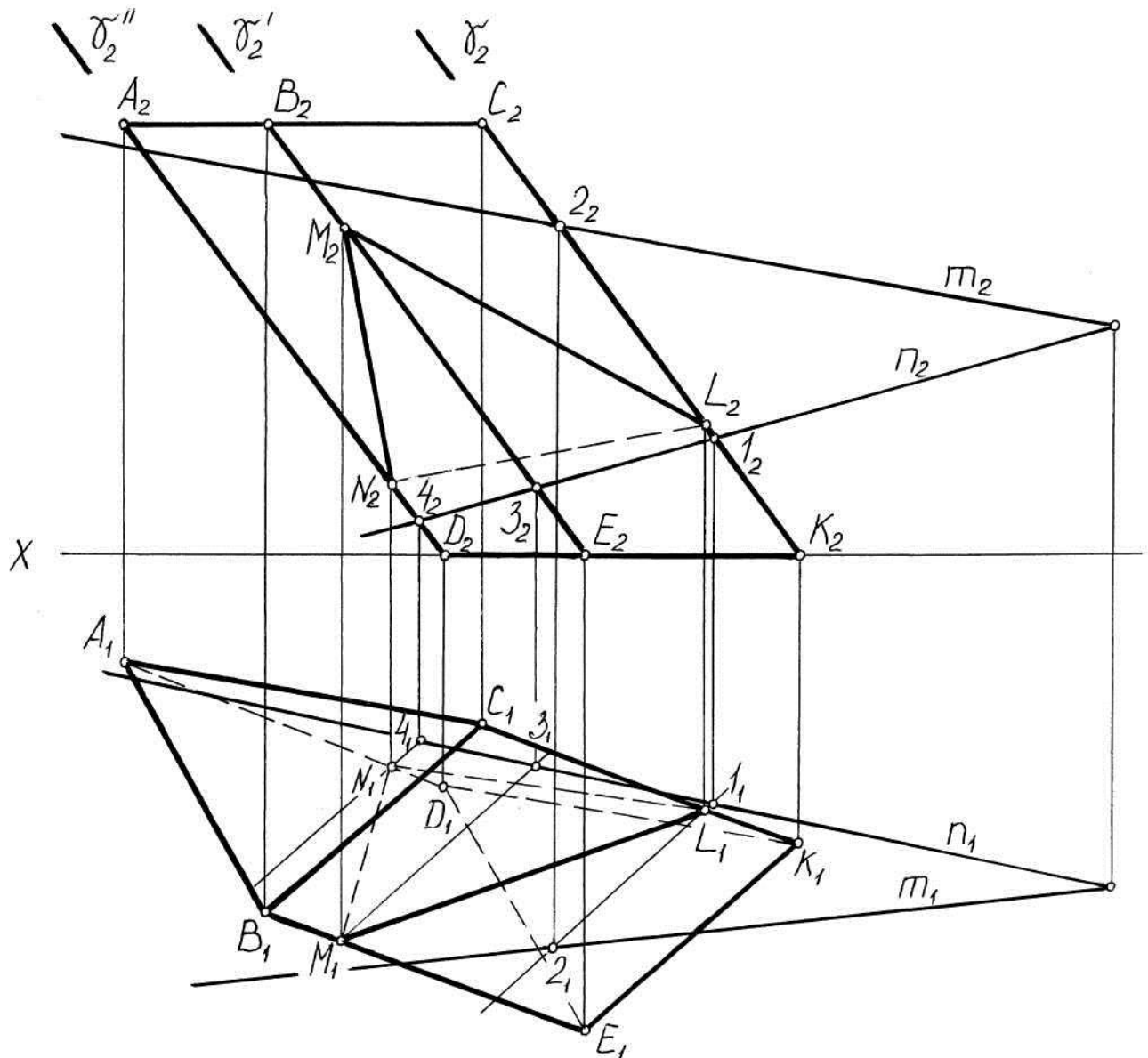


Рис. 10

2. Построены линии, по которым эти плоскости пересекают плоскость  $\alpha$  (На фронтальной плоскости проекций точки  $1_2$  и  $2_2$ , на горизонтальной соответ-



ственно  $1_1$  и  $2_1$ , эти точки определяют линию пересечения ребра СК с плоскостью  $\alpha$ . Точки 3 и 4 определяют линии пересечения ребер BE и AD с плоскостью  $\alpha$ ). Линии пересечения параллельны между собой, так как  $\gamma_2 \parallel \gamma'_2 \parallel \gamma''_2$ .

3. Вершины L, M, N являются точками пересечения этих линий с соответствующими ребрами (прямая 1 – 2 пересекает ребро СК в точке L и так далее).

Видимость сторон треугольника LMN определяется видимостью граней призмы. Стороны сечения, лежащие на видимых гранях – видимы. При этом плоскость  $\alpha$  считается прозрачной.

При взгляде на плоскость  $\pi_1$  верхнее основание призмы закрывает ребро AD, следовательно грани ABED и ACKD, которым принадлежит ребро AD на горизонтальной плоскости не видны. Соответственно не видны  $M_1N_1$  и  $N_1L_1$  стороны треугольника  $L_1M_1N_1$ .

При взгляде на плоскость  $\pi_2$  грани ABED и ВСКЕ закрывают грань ACKD, таким образом проекция стороны  $N_2L_2$  треугольника  $L_2M_2N_2$  не видна.

#### **4. Пример определения высоты пирамиды и угла между его гранями**

Рассмотрим решение задачи, в которой заданы проекции основания треугольника ABC, ребро AS заданной длины определяет высоту h пирамиды, требуется определить положение вершины S и видимость ребер пирамиды.

Решение задачи приведено на рис. 11. Точка S лежит на перпендикуляре к плоскости. Из точки A опускаем перпендикуляр на горизонтальную проекцию горизонтали  $p_1 \perp h_1$  ( $h_1$  определяют точки  $1_1$  и  $2_1$ ) и фронтальную проекцию фронтали  $p_2 \perp f_2$  ( $f_2$  определяют точки  $2_2$  и  $3_2$ ). На горизонтальной проекции перпендикуляра  $p_1$  откладываем отрезок произвольной длины  $A_1K_1$  и вращением отрезка АК вокруг точки A определяем его натуральную величину  $A_2K'_2$ .

На луче  $A_2K'_2$  отложим натуральную величину высоты пирамиды – отрезок  $A_2S'_2$ , построим проекции  $S_2$  и  $S_1$ , лежащие на перпендикуляре к плоскости. Соединяя проекции точки  $S$  с проекциями вершин  $ABC$ , получаем проекции пирамиды.

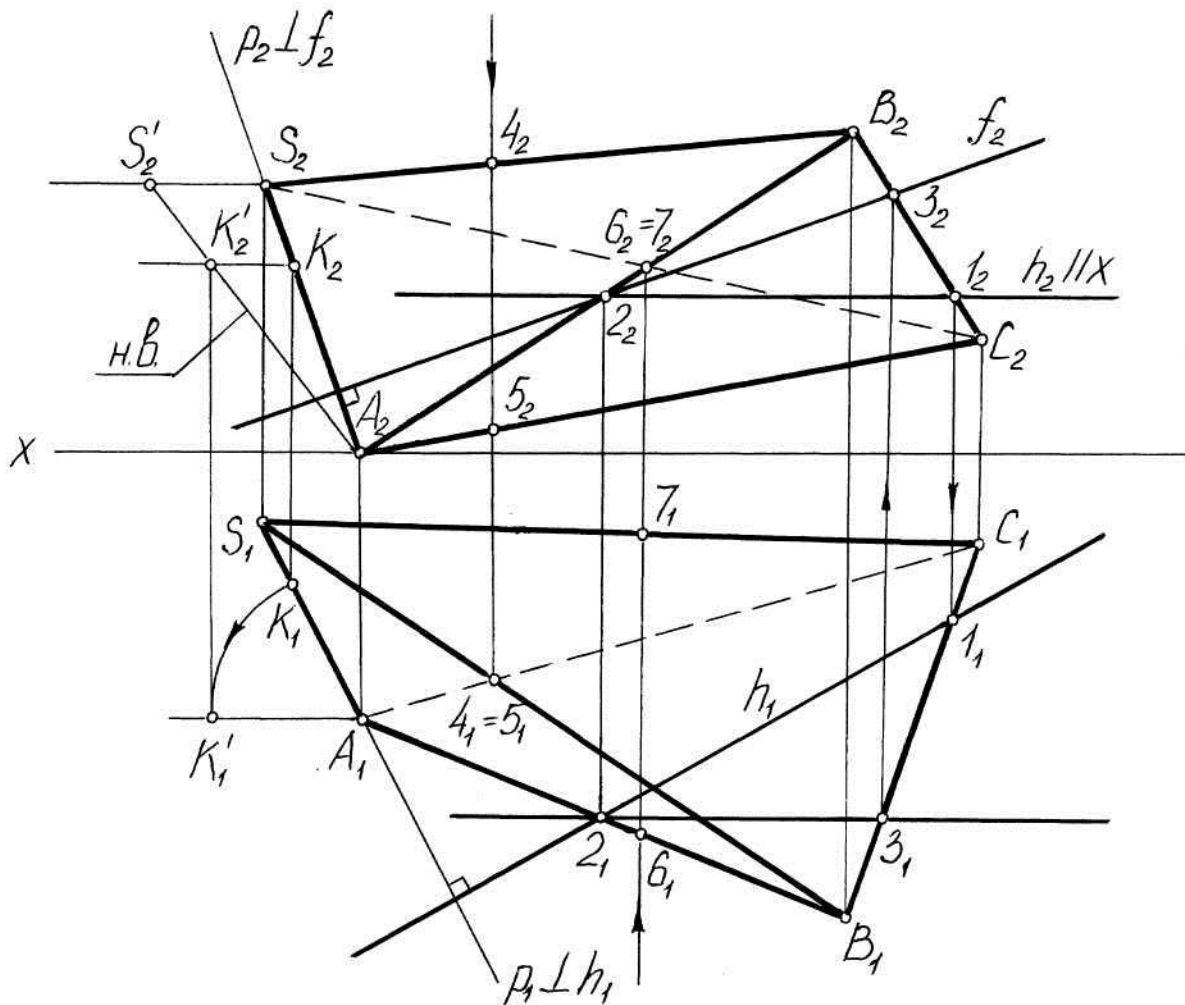


Рис. 11

Видимость ребер пирамиды в плоскости  $\pi_1$  определена с помощью конкурирующих точек 6 и 7, а в плоскости  $\pi_2$  – с помощью конкурирующих точек 4 и 5.

При пересечении грани пирамиды образуют углы, углы между гранями называются двугранными. Двугранный угол измеряют линейным углом, полу-

ченным в пересечении граней двугранного угла плоскостью, перпендикулярной обоим граням двугранного угла, а следовательно, и линии их пересечения, то есть ребру двугранного угла. В задачах часто требуется определить величину угла между гранями. При решении этих задач ребро двугранного угла переводится в проецирующее положение [4] и тем самым определяется линейный угол, измеряющий величину двугранного угла.

## 5. Многогранники с призматическим вырезом

На рис. 12 изображена трехгранная пирамида со сквозным призматическим вырезом. Форма призматического выреза задана на фронтальной проекции, горизонтальную и профильную проекции выреза требуется построить.

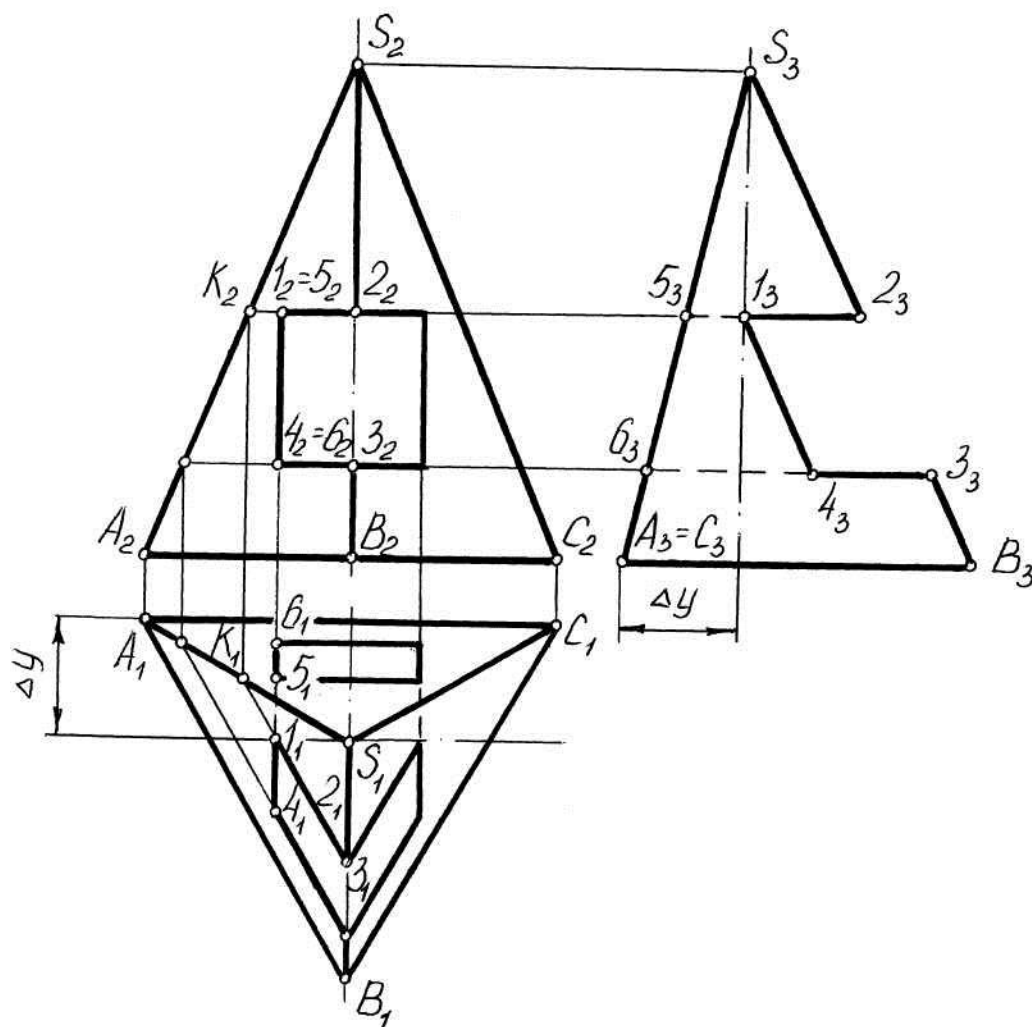


Рис. 12

Построение для точек 1 и 2 на горизонтальной проекции выполнены с помощью прямой, проходящей через точку К параллельно АВ. На профильной проекции  $2_3$  лежит на проекции ребра  $S_3B_3$ , а проекция точки  $1_3$  определена по разнице координат  $\Delta y$  для точек А и 1.

Точка 3 построена по ее проекции в плоскости  $\pi_3$  с использованием разницы координат по оси ОУ. Точка 4 определена по горизонтальной проекции  $4_1$ , так как отрезок  $3_14_1 \parallel A_1B_1$ .

Форма выреза в грани BSC полностью симметрична вырезу в грани ASB, а форма выреза в грани ASC определена с помощью точек 5 и 6. Их профильные проекции  $5_3$  и  $6_3$  лежат на ребре  $A_3C_3$ . По разнице координат по оси ОУ строим их горизонтальные проекции  $5_1$  и  $6_1$ . Верхнее и нижнее основание выреза в плоскости ASC параллельны грани основания AC.

На рис. 13 рассмотрен пример построения призматического выреза для прямой правильной четырехгранной призмы.

На горизонтальной плоскости проекций положение точек  $1_1, 1'_1, 2_1, 2'_1, 3_1, 3'_1$  определено по их принадлежности граням и ребрам призмы. Профильные проекции точек  $1_3, 1'_3, 2_3, 2'_3$  определены по разнице координат  $\Delta y$ , а положение точек  $3_3, 3'_3$  – по их принадлежности ребрам призмы.

Для наглядного изображения объектов часто пользуются аксонометрическим проецированием. На рис. 14 выполнены три проекции усеченной призмы со сквозным призматическим вырезом и ее аксонометрическое изображение в прямоугольной изометрии.

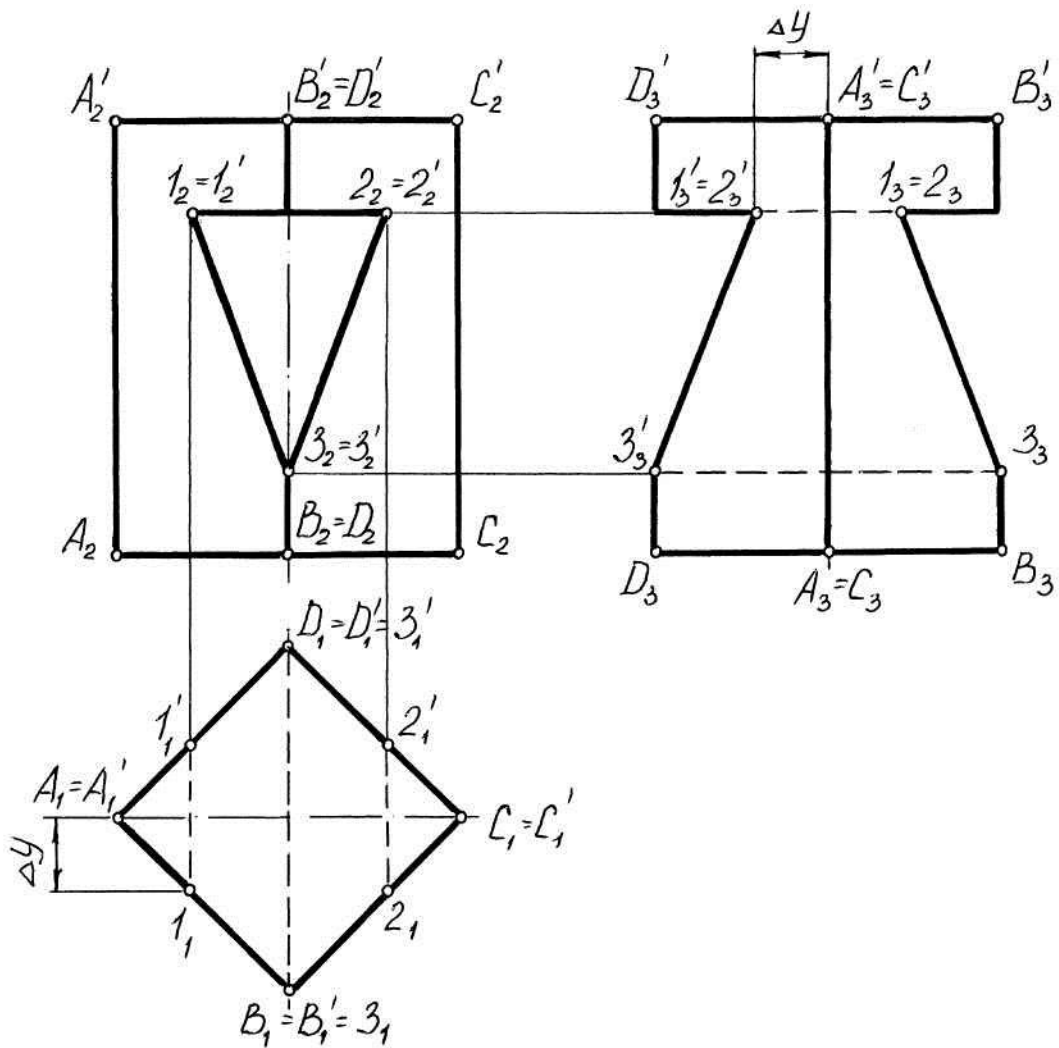


Рис. 13

Для построения аксонометрии призмы прежде всего нужно выполнить чертеж основания [2], задавшись точкой  $O$  – началом координат. В рассмотренном примере центр координат выбран в точке пересечения осей  $Ox$  и  $Oy$  в плоскости  $\pi_1$ . В аксонометрических осях строим четырехугольник нижнего основания, из его вершин проводим ребра призмы, параллельные оси  $Oz$ . На ребрах откладываем отрезки, равные высоте призмы. Положение точек, принадлежащих вырезу и секущей плоскости  $\alpha$  на аксонометрическом изображении, определены по их координатам на плоскостях проекций  $\pi_1$  и  $\pi_2$ .

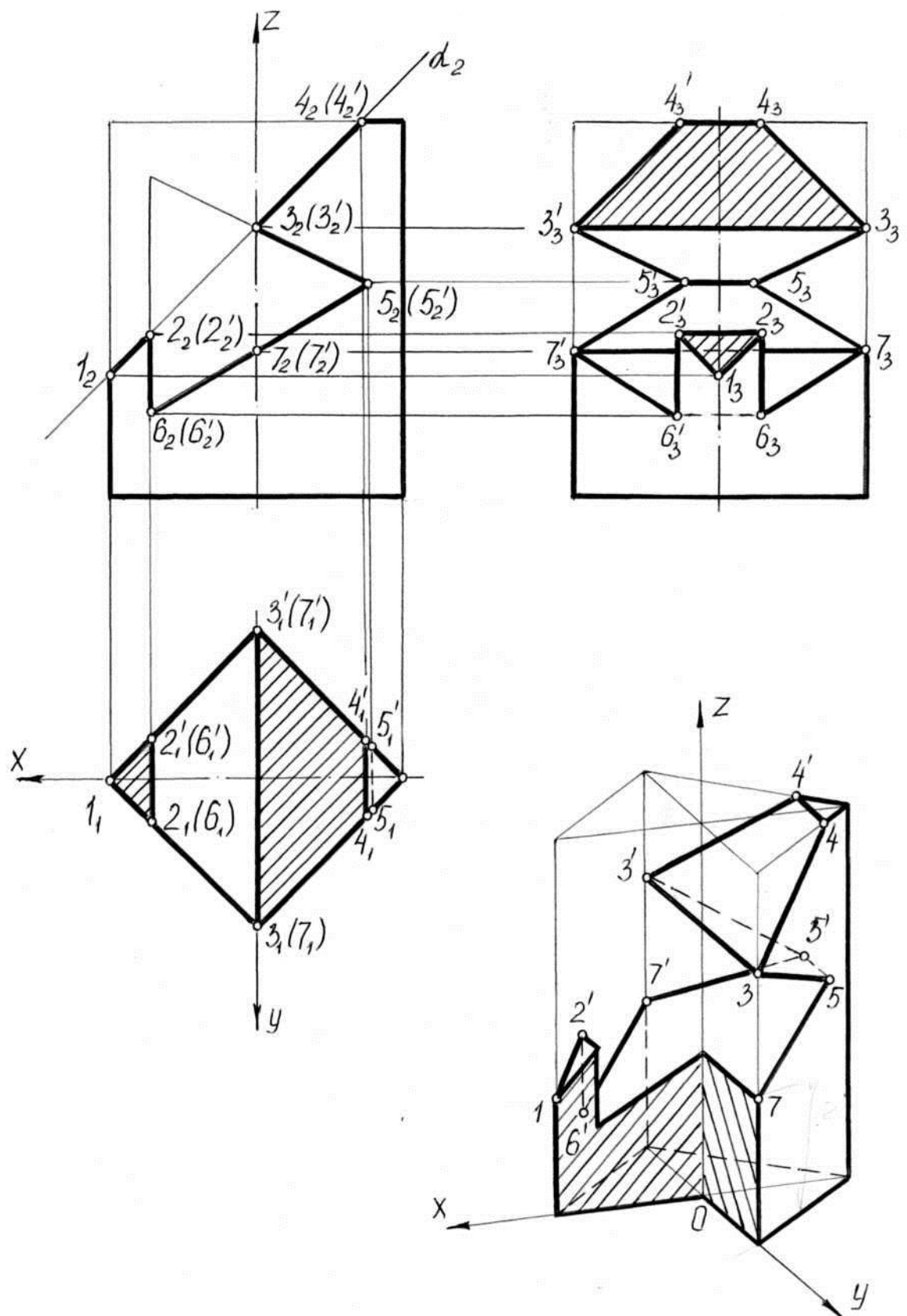


Рис. 14

## 6. Взаимное пересечение многогранников.

### Развертки гранных поверхностей

Рассмотрим пример построения линии пересечения прямой четырехгранной призмы и пирамиды общего положения.

1. Определим опорные точки многозвенной пространственной линии пересечения  $1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6$  как результат пересечения ребер пирамиды с гранями  $\alpha, \beta, \gamma$  призмы (рис. 15).

$$1_1 = \alpha_1 \cap C_1D_1, \quad 1_2 \in C_2D_2;$$

$$2_1 = \beta_1 \cap C_1D_1, \quad 2_2 \in C_2D_2;$$

$$3_1 = \alpha_1 \cap A_1D_1, \quad 3_2 \in A_2D_2 \text{ и так далее.}$$

2. Определим видимость ребер пирамиды (рис. 16).

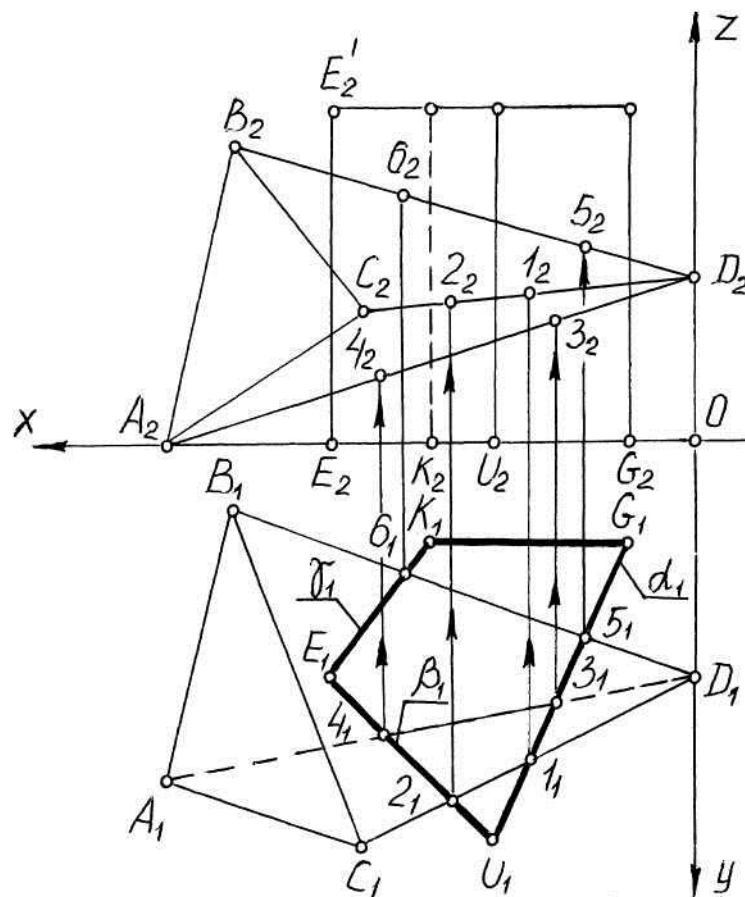


Рис. 15

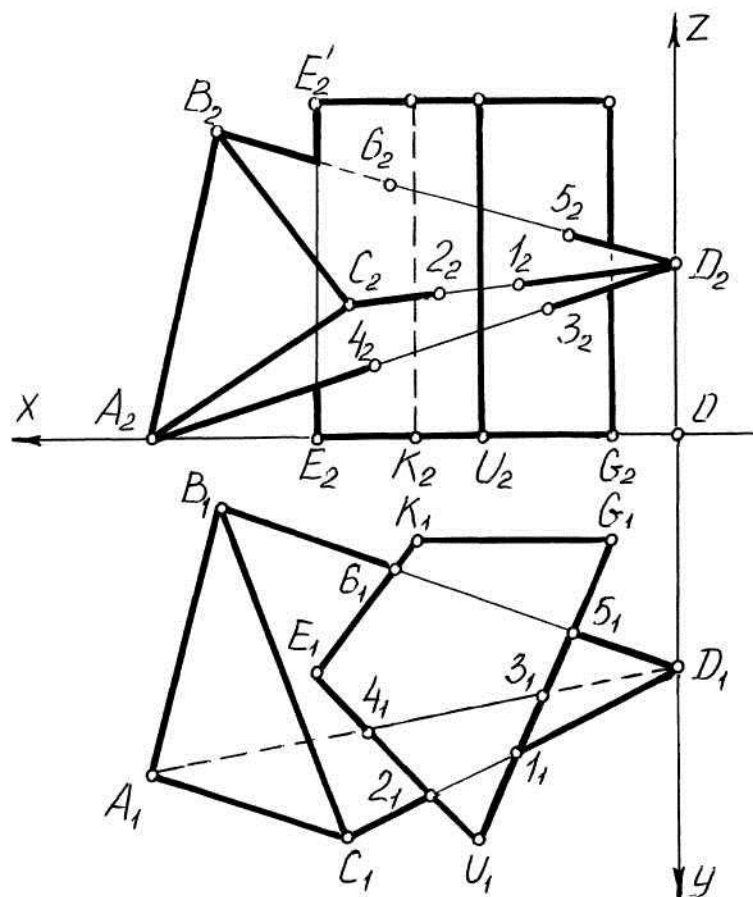


Рис. 16

3. Определим опорные точки многозвенной пространственной линии пересечения 7 – 8 как результат пересечения ребер призмы с гранями пирамиды (рис. 17). Для этого:

- а) заключим ребро призмы  $EE'$  в плоскость  $\tau \perp \pi_1$ ;
- б) строим фигуру сечения  $t$  ( $DMN$ ) как результат пересечения плоскости  $\tau$  с поверхностью пирамиды;
- в) определим точки 7 и 8 как результат пересечения ребра  $EE'$  с фигурой сечения  $t$

$$7_1 = E_1E'_1 \cap N_1D_1, \quad 7_2 = N_2D_2 \cap E_2E'_2;$$

$$8_1 = E_1E'_1 \cap M_1D_1, \quad 8_2 = M_2D_2 \cap E_2E'_2.$$

4. Определим видимость ребер призмы.



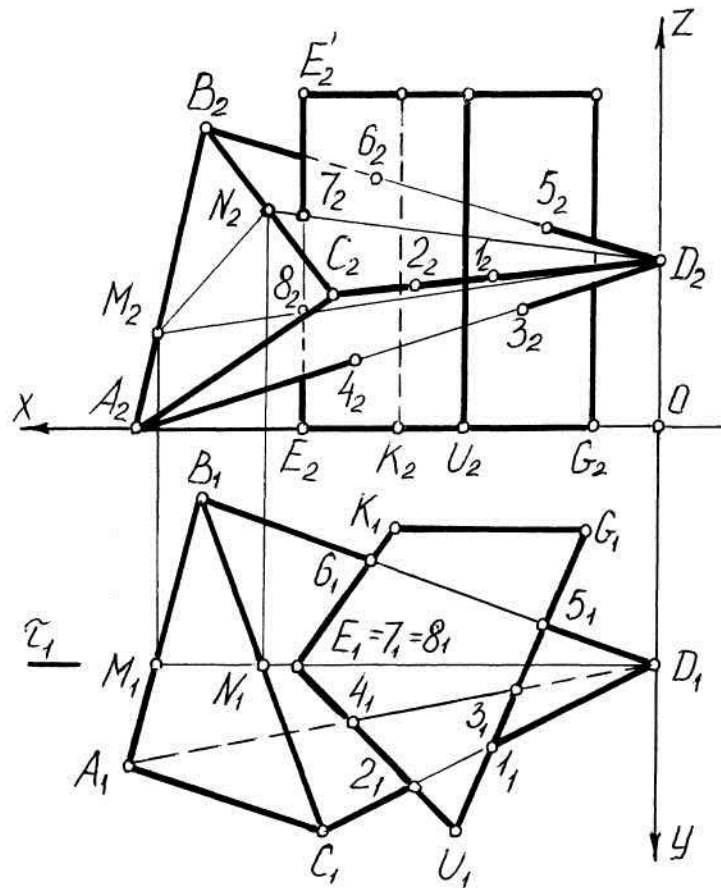


Рис. 17

5. Определим видимость всей многозвенной линии пересечения 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 (рис. 18).

Построим развертки поверхностей призмы и пирамиды, изображенных на рис. 18.

Для построения развертки прямой призмы поступаем следующим образом (рис. 19):

а) проводим горизонтальную прямую;

б) от произвольной точки  $G$  этой прямой откладываем отрезки  $GU$ ,  $UE$ ,  $EK$ ,  $KG$ , равные длинам сторон основания призмы; поскольку боковые грани призмы являются проецирующими плоскостями, натуральные величины ребер поверхности находим непосредственно из чертежа (рис. 18);

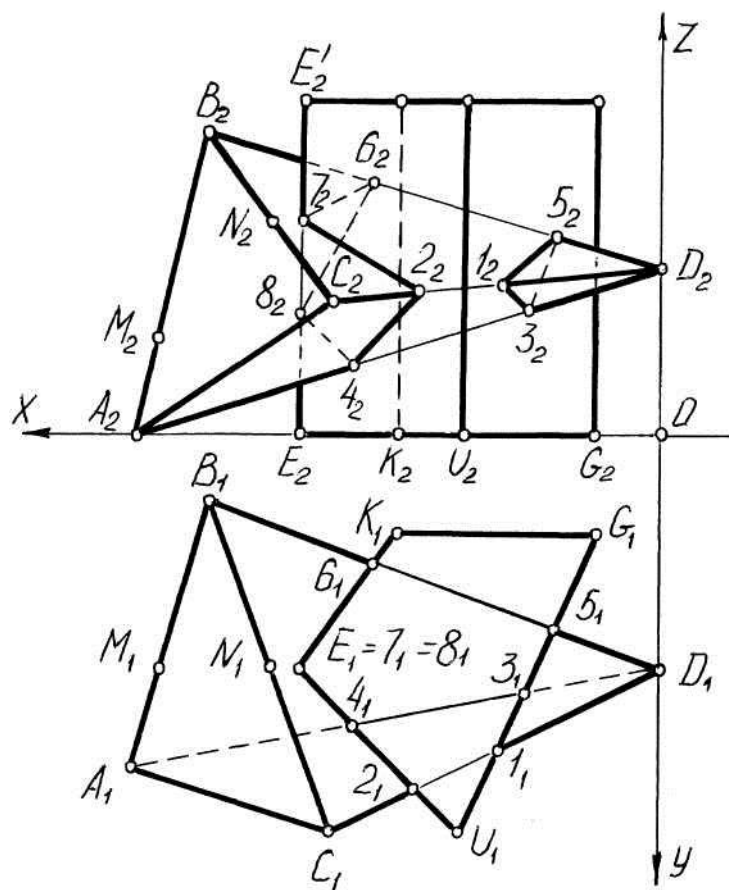


Рис. 18

в) из точек G, U, E, K восстанавливаем перпендикуляры и на них откладываем величины, равные высоте призмы, полученные точки соединяем прямыми;

г) для получения полной развертки поверхности призмы к развертке поверхности пристраивают многоугольники ее оснований.

На развертку призмы нанесем точки линии пересечения поверхностей, принадлежащие граням призмы, и последовательно соединим их в ломаную линию (рис. 19). Для построения точек линии пересечения пользуемся вертикальными прямыми. Например, для определения положения точки 1 на развертке на отрезке GU от точки G вправо откладываем отрезок  $G1_0$ , равный отрезку G1. Из точки  $1_0$  восстанавливаем перпендикуляр к отрезку G и на нем откладываем аппликату z точки 1. Аналогично находим и остальные точки.

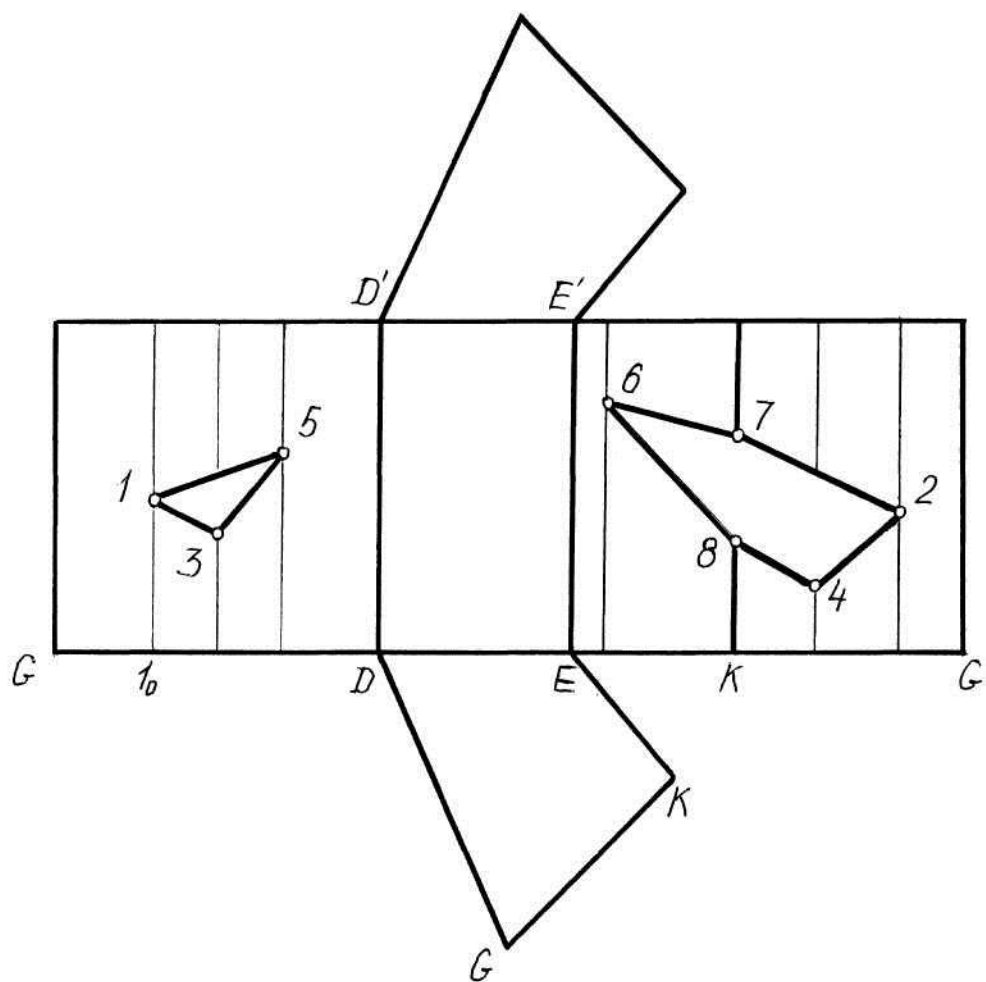


Рис. 19

Для построения развертки пирамиды необходимо выполнить вспомогательные построения, чтобы определить натуральные величины ребер многогранника. Методом вращения вокруг проецирующей прямой или способом прямоугольного треугольника [4] определим натуральные величины ребер пирамиды и истинные положения точек линии пересечения на них и боковых гранях развертки пирамиды. На рис. 20 выполнены построения для нахождения натуральных величин отрезков АВ и АД и определено истинное положение точек 3 и 4. Остальные построения не показаны. Зная натуральные величины, строим развертку пирамиды.

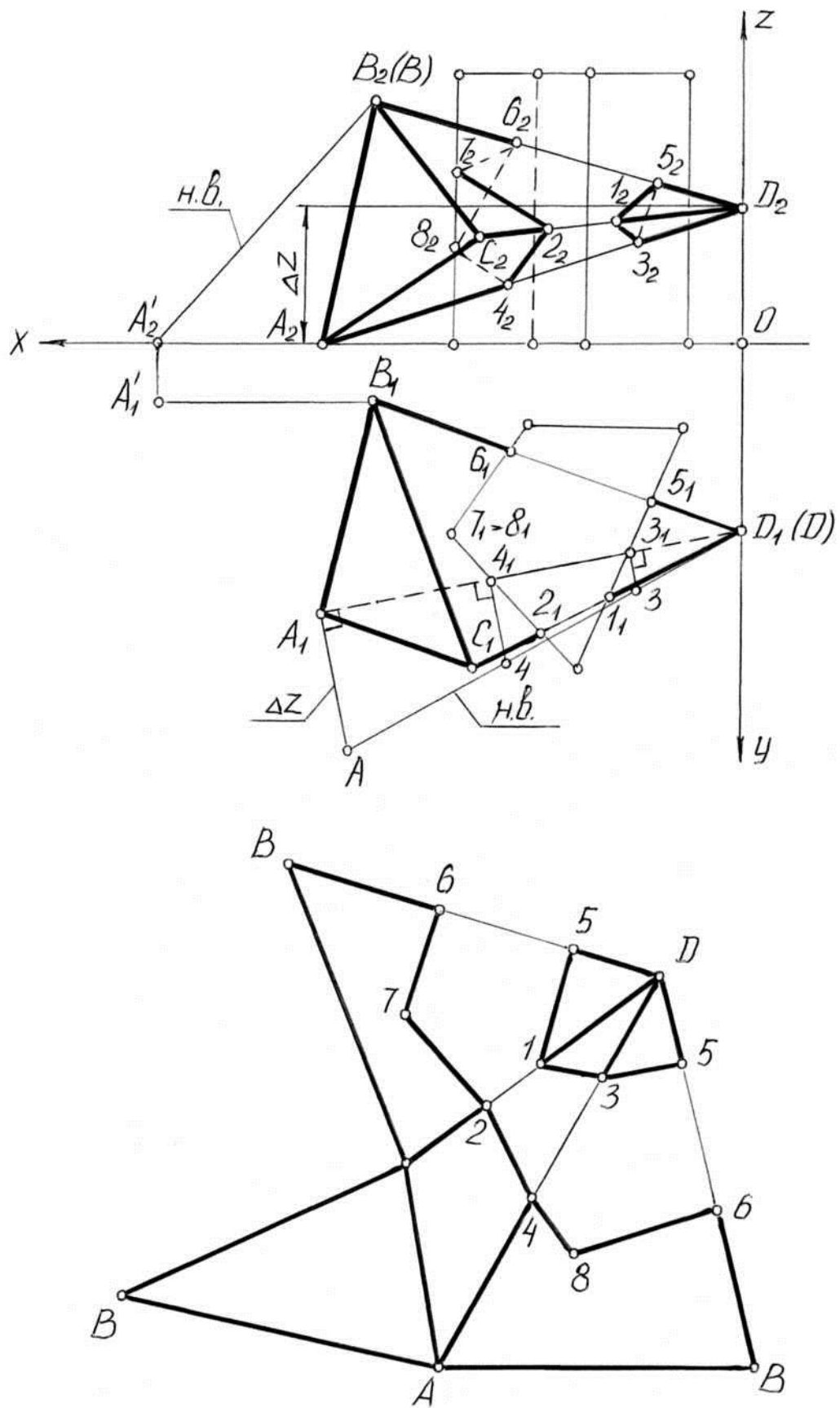


Рис. 20

Проверка правильности решения задания и точности выполненных графических построений осуществляется путем сравнения одинаковых отрезков, принадлежащих линии пересечения, на развертках призмы и пирамиды.

## 7. Пересечение многогранников с телами вращения

Построим линию пересечения поверхностей прямого кругового конуса и призмы по точкам пересечения прямолинейных образующих конуса с поверхностью призмы, ребер призмы с поверхностью конуса, а для нахождения промежуточных точек линии воспользуемся методом секущих плоскостей (рис. 21) [7].

1. Находим точки пересечения ребер призмы с поверхностью конуса. Ребра  $AA'$  и  $CC'$  не пересекаются с поверхностью конуса. Находим точки пересечения ребра  $BB'$  с поверхностью конуса, для этого:

а) через ребро  $BB'$  и вершину конуса  $S$  проводим фронтально проецирующую  $\alpha$  (на рис. показан фронтальный след  $\alpha_2$ );

б) строим сечение конуса плоскостью  $\alpha - \Delta MSN$ ;

в) находим точки 1 ( $1_1, 1_2, 1_3$ ) и 2 ( $2_1, 2_2, 2_3$ ) пересечения ребра  $BB'$  с поверхностью конуса.

2. Находим точки пересечения образующих поверхности конуса с поверхностью призмы. Так как поверхность призмы перпендикулярна к фронтальной плоскости проекций, то ее грани являются фронтально проецирующими плоскостями. Поэтому сначала находим фронтальные проекции точек пересечения образующих конуса с поверхностью призмы  $3_2, 4_2, 5_2, 6_2, 7_2, 8_2$ , а затем горизонтальные и профильные их проекции.

3. Для построения ряда дополнительных точек линии пересечения можно провести ряд вспомогательных плоскостей, подобных плоскости  $\alpha$ , пересекающих обе поверхности.

4. Определяем видимость точек.

5. Полученные точки соединяем плавными кривыми линиями. Кривые линии имеют изломы в точках 1 и 2.

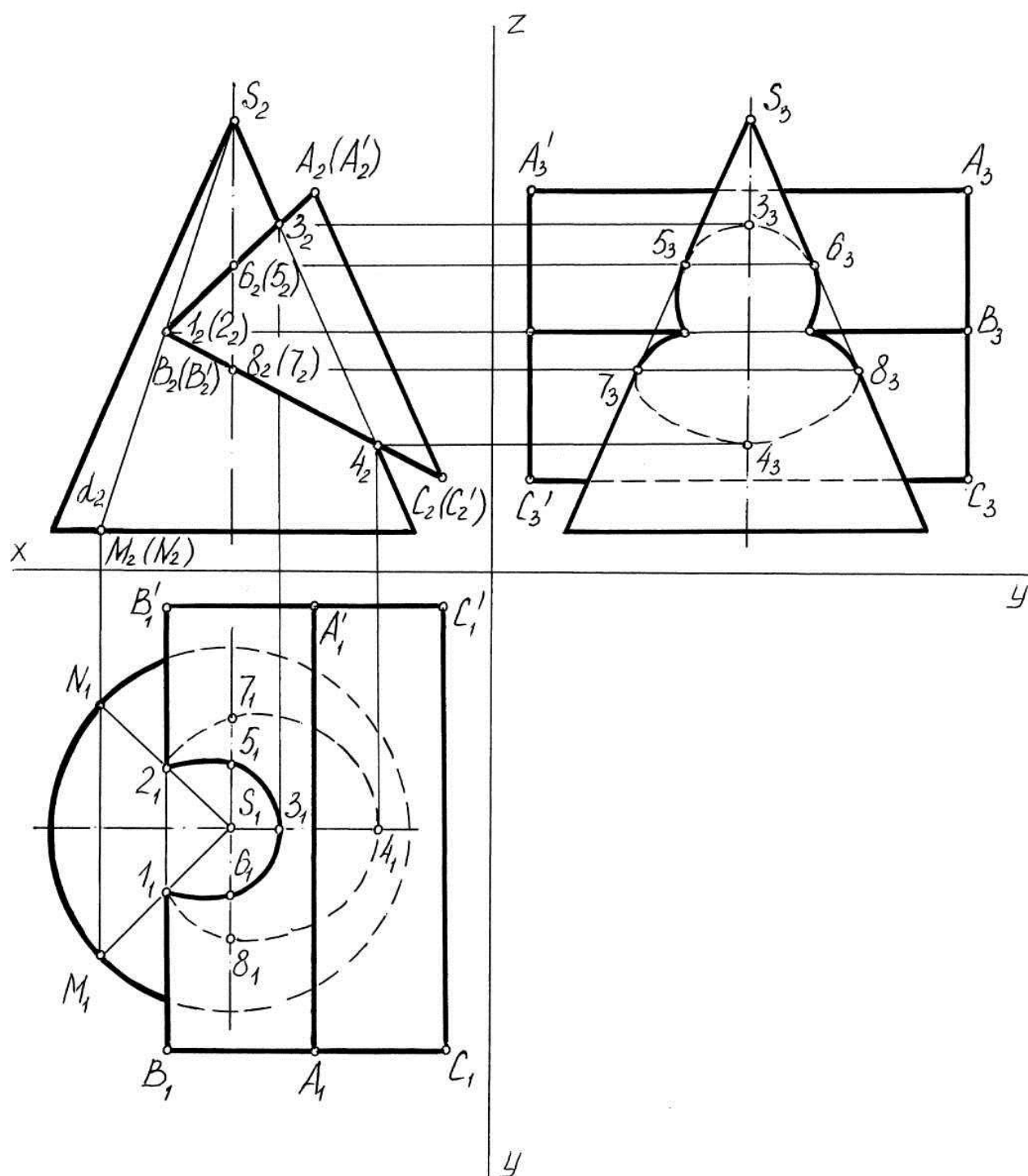


Рис. 21

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. – М.: Высшая школа, 1998.
2. Методические указания по выполнению аксонометрических проекций / Сост. Г.И. Чистобородов, Т.Н. Фомичева, Н.В. Целовальникова. – Иваново: ИГТА, 2000.
3. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. – М.: Высшая школа, 1999.
4. Метрические задачи. Методические указания по выполнению графической работы / Сост. Ф.С. Веселова, Ю.М. Максимовский. – Иваново: ИвТИ, 1985.
5. Крылов Н.Н. Начертательная геометрия. – М.: Высшая школа, 2000.
6. Бубенников А.В., Громов М.Я. Начертательная геометрия. – М.: Высшая школа, 1973.
7. Лазариди К.Х. Начертательная геометрия. – М.: Росвузнаука, 1990.

## ПРОЕЦИРОВАНИЕ МНОГОГРАННИКОВ

Методические указания для студентов  
всех специальностей

Составители: Надежда Валентиновна Целовальникова

Татьяна Николаевна Фомичева

Ирина Анатольевна Легкова

Научный редактор А.Н. Лялина

Редактор Н.Г. Кузнецова

---

Лицензия ИД № 06309 от 19.11.2001. Подписано в печать 15.09.2004.

Формат 1/8 60×84. Бумага писчая. Плоская печать.

Усл. печ. л. 3,72. Уч.-изд. л. 1,78. Тираж 50 экз. Заказ № 3968

---

Редакционно-издательский отдел  
Ивановской государственной текстильной академии  
Участок оперативной полиграфии ИГТА  
153000, г. Иваново, пр. Ф. Энгельса, 21